



Matematický KLOKAN 2013

www.matematickyklokan.net



kategorie **Student**

Úlohy za 3 body

1. Které z následujících čísel je největší?

- (A) 2013 (B) 2^{0+13} (C) 20^{13} (D) 201^3 (E) $20 \cdot 13$

2. Kolik hran má hranol s 2013 stěnami?

- (A) 2011 (B) 2013 (C) 4022 (D) 4024 (E) 6033

3. Najděte třetí odmocninu z 3^{3^3} .

- (A) 3^3 (B) 3^{3^3-1} (C) 3^{2^3} (D) 3^{3^2} (E) $(\sqrt{3})^3$

4. Desítkový zápis roku 2013 je vytvořen ze čtyř po sobě jdoucích číslic 0, 1, 2 a 3. Kolik let uplynulo od roku, v jehož zápise se naposledy objevily čtyři po sobě jdoucí číslice?

- (A) 467 (B) 527 (C) 581 (D) 693 (E) 990

5. Pro lineární funkci f platí $f(2013) - f(2001) = 100$. Vypočtěte $f(2031) - f(2013)$.

- (A) 75 (B) 100 (C) 120 (D) 150 (E) 180

6. Kolik z následujících tvrzení je pravdivých, platí-li $2 < x < 3$?

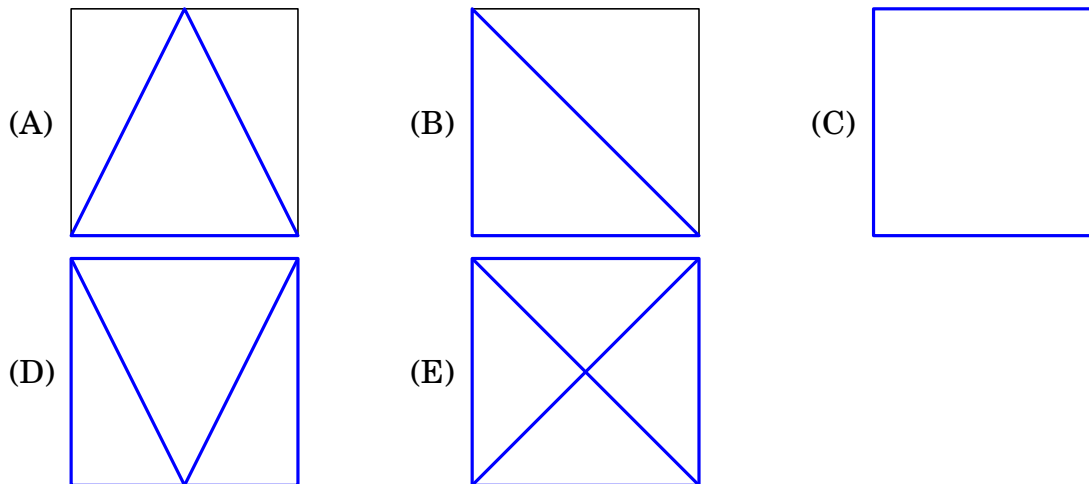
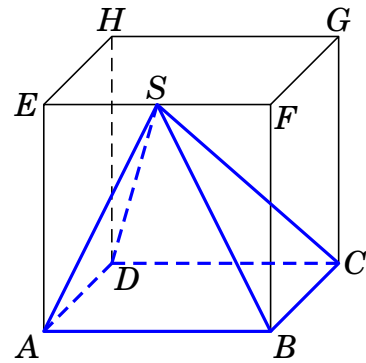
$$4 < x^2 < 9 \qquad 4 < 2x < 9 \qquad 6 < 3x < 9 \qquad 0 < x^2 - 2x < 3$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7. Šest superhrdinů zneškodnilo 20 padouchů. První superhrdina zneškodnil jednoho padoucha, druhý zneškodnil dva padouchy, třetí superhrdina zneškodnil tři padouchy. Čtvrtý superhrdina zneškodnil více padouchů než každý z pěti zbývajících superhrdinů. Kolik padouchů mohl zneškodnit čtvrtý superhrdina? Vyberte nejmenší možnost.

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

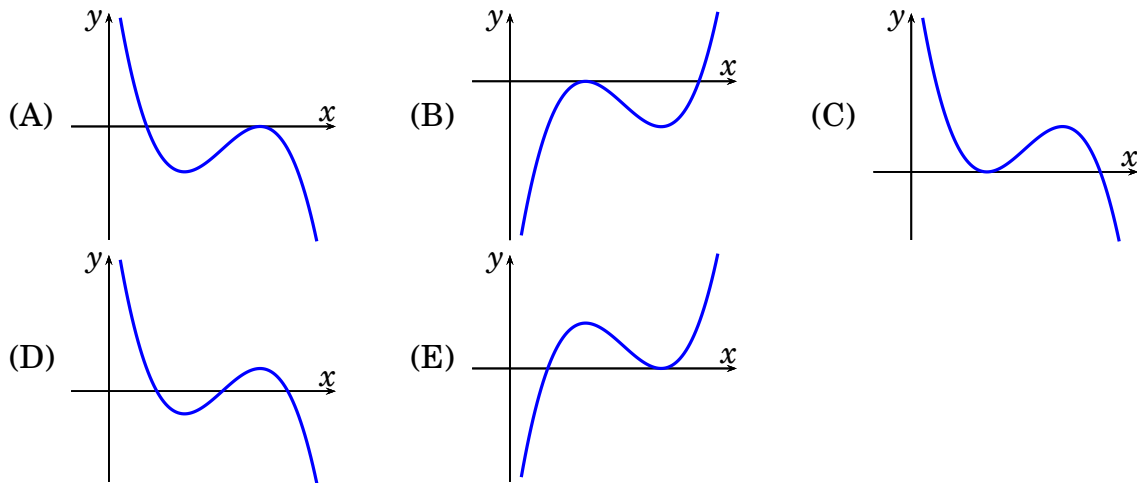
8. Na obrázku je neprůhledný jehlan $ABCD S$ s podstavou $ABCD$, která je stěnou krychle. Vrchol S je středem hrany EF této krychle. Jehlan kolmo promítneme do šesti stěn krychle. Který průmět nemůžeme získat?



Úlohy za 4 body

9. V krabici je 900 karet očíslovaných od 100 do 999. Každé dvě karty mají jiná čísla. František náhodně vytáhne kartu a sečte číslice na ní napsané. Najděte nejmenší počet karet, které musí František vytáhnout, aby měl jistotu, že mezi nimi existují tři se stejným součtem číslic.
- (A) 51 (B) 52 (C) 53 (D) 54 (E) 55
10. Petr položil na čtverečkový papír kruh a vybarvil každý čtvereček, který měl s kruhem více než jeden společný bod. Který z následujících obrazců nemohl tímto způsobem dostat?
-
- (A) (B) (C) (D) (E)
11. Pro kolik přirozených čísel n jsou $\frac{1}{3}n$ i $3n$ trojmístná čísla?
- (A) 12 (B) 33 (C) 34 (D) 100 (E) 300

12. Pro reálná čísla $a < b$ uvažujme funkci $W(x) = (a - x)(b - x)^2$. Na jednom z následujících obrázků je její graf. Na kterém?

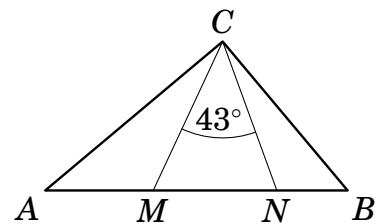


13. Uvažujme obdélník s jednou stranou délky 5. Obdélník můžeme rozstříhnout na čtverec a obdélník, z nichž jeden má obsah 4. Kolik obdélníků má tuto vlastnost?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

14. Na straně AB trojúhelníku ABC na obrázku leží body M a N tak, že $|AN| = |AC|$, $|BM| = |BC|$ a $|\sphericalangle MCN| = 43^\circ$. Určete velikost úhlu ACB .

(A) 86° (B) 89° (C) 90° (D) 92° (E) 94°

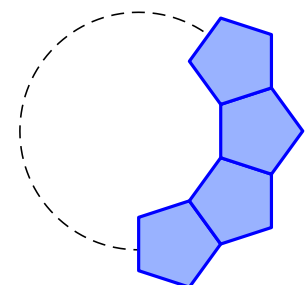


15. Na Gödelově ostrově žijí buď pravdomluvní (mluví vždy pravdu), nebo lháři (pokaždé lžou). Při mé návštěvě jsem tam potkal dva muže. Když jsem se zeptal většího z nich, zda jsou oba pravdomluvní, nemohl jsem z jeho odpovědi určit, kdo je kdo. Proto jsem se zeptal menšího, zda je větší muž pravdomluvný. Po jeho odpovědi už jsem věděl, kdo je každý z nich. Koho jsem potkal?

(A) Oba muži byli pravdomluvní.
 (B) Oba muži byli lháři.
 (C) Větší z mužů byl pravdomluvný, menší byl lhář.
 (D) Větší z mužů byl lhář, menší byl pravdomluvný.
 (E) Není dostatek informací.

16. Radkova stavebnice obsahuje identické dílky tvaru pravidelného pětiúhelníku. Radek lepí dílky způsobem dle obrázku. Kolik dílků potřebuje k vytvoření „kružnice“?

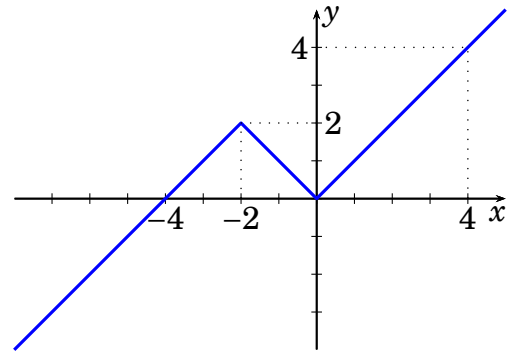
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15



Úlohy za 5 bodů

17. Na obrázku je graf funkce $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, který se skládá ze dvou polopřímek a úsečky. Kolik reálných řešení má rovnice $f(f(f(x))) = 0$?

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0



18. Součin dvou celých čísel x, y , kde $x \leq y$, je roven pětinasobku jejich součtu. Kolik takových dvojic (x, y) existuje?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) jiný počet

19. Funkce $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ je periodická s periodou 5 a pro všechna x z intervalu $\langle -2, 3 \rangle$ platí $f(x) = x^2$. Určete $f(2013)$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9

20. Kolik dvojic reálných čísel (x, y) je řešením rovnice $x^2 + y^2 = |x| + |y|$?

(A) 1 (B) 5 (C) 8
(D) 9 (E) nekonečně mnoho

21. V rovině leží několik různých přímek. Přímka a protíná právě tři ze zbývajících přímek a přímka b protíná právě čtyři ze zbývajících přímek. Přímka c protíná právě n přímek, kde $n \notin \{3, 4\}$. Určete počet přímek v této rovině.

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) jiný počet

22. Součet prvních n přirozených čísel je trojmístné číslo zapsané týmiž číslicemi. Najděte ciferný součet čísla n .

(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

23. V posloupnosti reálných čísel je $a_1 = 1$ a pro každá dvě přirozená čísla m a n platí $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$. Najděte hodnotu a_{100} .

(A) 100 (B) 1000 (C) 2012 (D) 4950 (E) 5050

24. Do kruhového objezdu na obrázku vjelo současně 5 aut, každé z nich z jiné silnice. Žádné z aut neobjede celý kruhový objezd a každým výjezdem vyjede jedno auto. Kolika způsoby mohou auta projet tento kruhový objezd?

(A) 24 (B) 44 (C) 60 (D) 81 (E) 120

