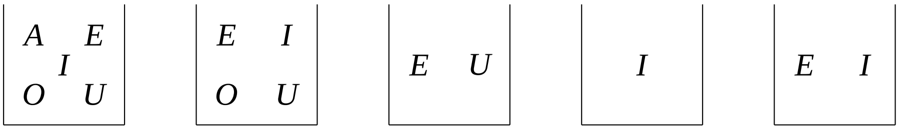
Matematický KLOKAN 2008

kategorie **Junior**

Úlohy za 3 body

1. V krabicích byly uloženy některé z karet označených *A*, *E*, *I*, *O*, U, jak ukazuje obrázek. Petr odebíral z každé krabice karty tak, aby na konci zbyla v každé krabici pouze jediná karta (v každé krabici jiná karta). Jaká karta zbyla v druhé krabici zleva?

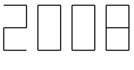
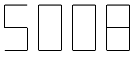
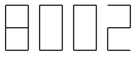
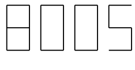
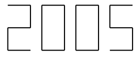


(A) A (B) E (C) I (D) O (E) U

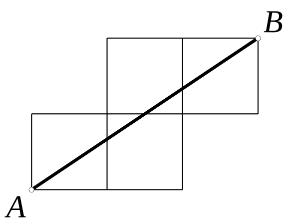
2. Mirek a David se zúčastnili běhu na 200 m. David běžel půl minuty, ale Mirek dráhu uběhl za setinu hodiny. Kdo a o kolik sekund byl rychlejší?

(A) David o 36 sekund (B) Mirek o 24 sekund (C) David o 6 sekund
(D) Mirek o 4 sekundy (E) Uběhli to za stejný čas.

3. Na uvítaní Nového roku 2008 si Vašek oblékl tričko s nápisem 2008 a udělal stojku před zrcadlem. Co viděl v zrcadle jeho přítel Martin, který stál za Vaškem (na nohou)?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4. Určete délku úsečky *AB*, jestliže strana každého ze čtyř čtverců na obrázku je 1 m?



(A) 5 (B) $\sqrt{13}$ (C) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$
(D) $\sqrt{5}$ (E) jiná hodnota

5. Každé písmeno představuje právě jednu číslici. Potom K je:

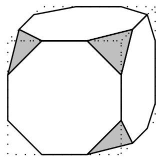
$$\begin{array}{r} O\ K \\ +\ K\ O \\ \hline W\ O\ W \end{array}$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 8 (E) 9

6. Tom a Jerry dělili dva shodné pravoúhelníky. Tom první rozdělil na dva pravoúhelníky, z nichž každý měl obvod 40 cm. Jerry rozdělil druhý a získal dva pravoúhelníky s obvody 50 cm. Jaké byly obvody původních pravoúhelníků?

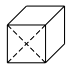
(A) 40 cm (B) 50 cm (C) 60 cm (D) 80 cm (E) 100 cm

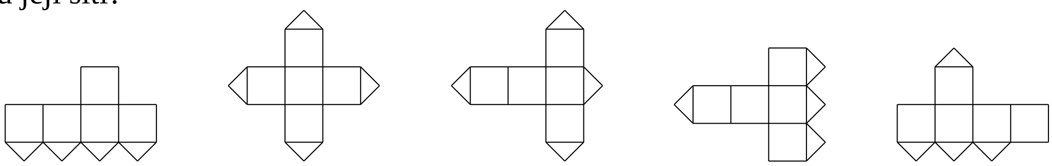
7. Krychli byly odříznuty vrcholy, jak ukazuje obrázek. Kolik hran má výsledné těleso?



(A) 26 (B) 30 (C) 36 (D) 40 (E) 48

8. Jedna ze stěn krychle je rozříznuta podél svých úhlopříček (viz obrázek). Které obrázky nejsou její sítí?





1 2 3 4 5

(A) 1 a 3 (B) 1 a 5 (C) 3 a 4 (D) 3 a 5 (E) 2 a 4

Úlohy za 4 body

9. Při svém prvním pravopisném testu jsem správně odpověděl pouze na jednu z pěti otázek. Pokud budu pilně studovat a zodpovím vždy všech pět otázek v každém testu správně, kolik testů musím ještě napsat, aby byl můj průměr 4 správné odpovědi z pěti otázek?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

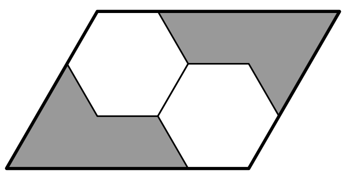
10. Víťa má 10 karet, na každé z nich jedno z následujících čísel 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53, 68. Jaký nejmenší počet karet si musí Víťa vzít, aby součet čísel na vybraných kartách byl 100?

(A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) taková situace není možná

11. Sedm trpaslíků se narodilo ve stejný den, v sedmi po sobě následujících letech. Součet věků tří nejmladších je 42 let. Kolik je dohromady třem nejstarším trpaslíkům?

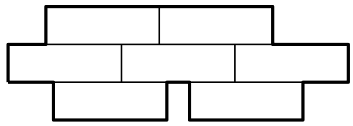
(A) 51 (B) 54 (C) 57 (D) 60 (E) 63

12. Pravidelné šestiúhelníky na obrázku jsou shodné. Jak velká část kosodélníku je vyznačena šedě?



(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{5}{12}$

13. Děti dostaly za úkol složit mozaiku ze sedmi shodných obdélníků o stranách 3 dm × 1 dm. Určete obvod Lucčiny mozaiky, kterou vidíte na obrázku.

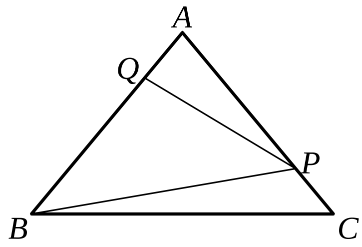


(A) 20 dm (B) 24 dm (C) 26 dm (D) 36 dm (E) 37 dm

14. Určete maximální počet číslic, které lze umazat z tisícimístného čísla 20082008. . . 2008 tak, aby součet zbývajících číslic byl 2008?

(A) 749 (B) 746 (C) 510 (D) 500 (E) 199

15. Na obrázku vidíme rovnoramenný trojúhelník, kde $|AB| = |AC|$. Pokud je úsečka PQ kolmá na AB, úhel BPC má velikost $120°$ a úhel ABP $50°$, pak úhel PBC má velikost:



(A) 5° (B) 10° (C) 15° (D) 20° (E) 25°

16. Kolik existuje dvojic reálných čísel A, B takových, že $A+B$, $A \cdot B$ a $A : B$ mají stejnou hodnotu?

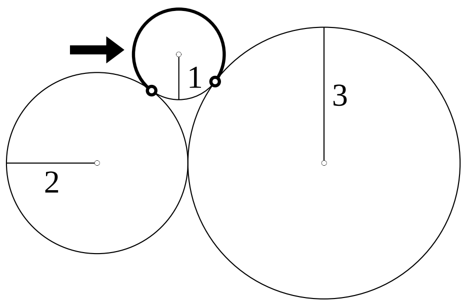
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 8

Úlohy za 5 bodů

17. Pro libovolné přirozené číslo definujeme $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. Pokud $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, pak n je rovno:

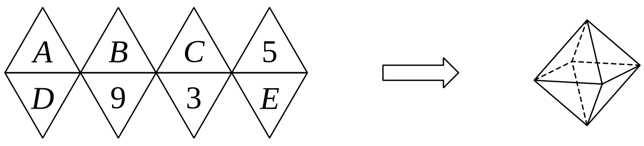
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

18. Kružnice s poloměry 1, 2 a 3 se dotýkají (viz obrázek). Určete délku vyznačeného oblouku (krajními body oblouku jsou body dotyku daných kružnic).



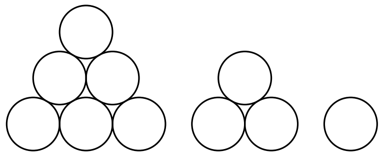
(A) $\frac{5}{4}\pi$ (B) $\frac{5}{3}\pi$ (C) $\frac{1}{2}\pi$ (D) $\frac{3}{2}\pi$ (E) $\frac{2}{3}\pi$

19. Na obrázku vidíte síť pravidelného osmistěnu. Nazveme ho „magickým“, jestliže součet čísel na libovolných čtyřech stěnách, které mají společný vrchol, je stejný. Nahraďte písmena A, B, C, D a E čísly 2, 4, 6, 7 a 8 (bez opakování) tak, aby byl osmistěn magický. Určete součet $B+D$.



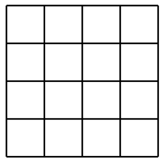
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

20. 3-pyramida je seskupení následujících 3 vrstev koulí (jednotlivé vrstvy vidíte na obrázku). Stejně tak máme 4-pyramidu, 5-pyramidu, atd. Všechny koule na povrchu 8-pyramidy jsou černé (koule jsou na povrchu, jestliže se dotýkají opsaného čtyřúhelníku), všechny vnitřní koule jsou bílé. Kterou pyramidu tvoří bílé koule?



(A) 3-pyramida (B) 4-pyramida (C) 5-pyramida (D) 6-pyramida (E) 7-pyramida

21. Čtvercový stůl 4×4 je rozdělen na 16 jednotkových čtverců (viz obrázek). Určete největší možný počet úhlopříček jednotkových čtverců tak, aby žádné dvě neměly společný bod (včetně koncových).

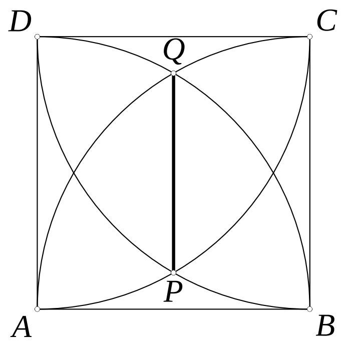


(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

22. Klokaní skok je vždy dlouhý 1 m nebo 3 m. Klokan chce překonat 10 m. Kolik možností existuje?
Považujeme 1+3+3+3 a 3+3+3+1 za dvě různé možnosti.

(A) 28 (B) 34 (C) 35 (D) 55 (E) 56

23. Na obrázku je čtverec *ABCD* o straně 1, kruhové oblouky mají středy v bodech *A*, *B*, *C* a *D*. Jaká je délka úsečky *PQ*?



(A) $2-\sqrt{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$
(D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (E) $\sqrt{3}-1$

24. Kolik existuje čísel o 2007 číslicích, kde každé dvouciferné číslo skládající se ze dvou po sobě jdoucích číslic daného čísla je dělitelné buď 17 nebo 23?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9 (E) více než 9