

Matematický KLOKAN 2007
kategorie **Junior**

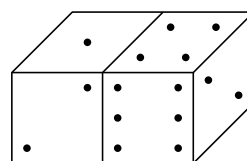
Úlohy za 3 body

1. Lucka, Radek a David mají dohromady 30 míčů. Jestliže Radek dá 5 míčů Davidovi, David dá 4 míče Lucce a Lucka dá 2 míče Radkovi, budou mít oba chlapci stejný počet míčů jako Lucka. Kolik míčů měla Lucka na počátku?

- (A) 8 (B) 9 (C) 11 (D) 13 (E) 15

2. Určete součet bodů na stěnách, které nevidíme?

- (A) 11 (B) 12 (C) 15
(D) 27 (E) jiná odpověď



3. V trojúhelníku ABC je bod D středem úsečky AB , bod E středem úsečky DB a bod F středem úsečky BC . Jestliže je obsah trojúhelníku ABC roven 96 cm^2 , jaký je obsah (v cm^2) trojúhelníku AEF ?

- (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 36 (E) 48

4. Jana rozdělila svých 2007 kuliček do třech tašek A, B a C tak, aby v každé byl stejný počet kuliček. Jestliže Jana přesune dvě třetiny kuliček z tašky A do tašky C, pak poměr počtu kuliček v taškách A a C bude

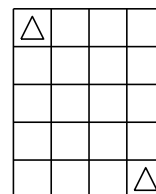
- (A) 1 : 2 (B) 1 : 3 (C) 2 : 3 (D) 1 : 5 (E) 3 : 2

5. Mezinárodní organizace má 32 členů. Každý rok se zvýší počet jejích členů o 50 %. Kolik bude mít členů za tři roky?

- (A) 182 (B) 128 (C) 108 (D) 96 (E) 80

6. Král se má dostat z levého horního rohu šachovnice (na obrázku) do pravého dolního rohu, může se pohybovat na jakékoliv sousedící pole včetně diagonálního směru (1 tah = 1 pole). Kolik existuje cest s minimálním počtem tahů?

- (A) 1 (B) 4 (C) 7 (D) 20 (E) 35



7. Ve výrazu $2007 - KAN - GA - ROO$ nahradte písmena číslicemi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tak, aby jeho hodnota byla co nejmenší. Stejná písmena nahradte stejnou číslicí, různá různými. Nejmenší hodnota je pak:

- (A) 100 (B) 110 (C) 113 (D) 119 (E) 129

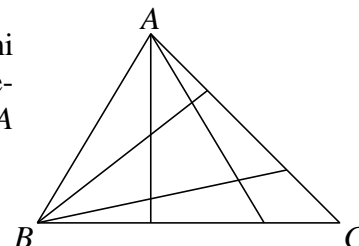
8. V následující tabulce musí být v každém řádku a každém sloupci dva čtverce červené (Č) a dva čtverce zelené (Z). Jak budou obarveny čtverce X a Y (v daném pořadí)?

Č		Č	
		Č	
	X		Z
	Y		

- (A) ČČ (B) ČZ (C) ZČ
(D) ZZ (E) nelze rozhodnout

Úlohy za 4 body

9. Je dán trojúhelník ABC . Vrcholy A a B jsou s protilehlými stranami spojeny dvěma úsečkami. Takto je trojúhelník rozdělen na 9 nepřekrývajících se částí. Jestliže bychom využili 8 úseček (4 z bodu A a 4 z bodu B), kolik bychom získali nepřekrývajících se částí?



- (A) 16 (B) 25 (C) 36 (D) 42 (E) 49

10. Na ostrově žijí pouze lháři a pravdomluvní (lháři vždy lžou a pravdomluvní mluví vždy pravdu). U totemu se sešlo 12 ostrovanů (lhářů i pravdomluvných). Dva řekli: „Právě dva z nás dvanácti jsou lháři.“ Další čtyři řekli: „Právě čtyři z nás dvanácti jsou lháři.“ Zbylých šest řeklo: „Právě šest z nás dvanácti jsou lháři.“ Kolik lhářů se sešlo u totemu?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

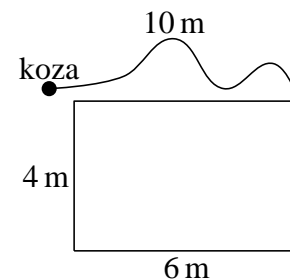
11. Kterým číslem musíme umocnit číslo 4^4 , abychom získali 8^8 ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8 (E) 16

12. Studenti řešili zajímavý úkol. Na závěr se ukázalo, že počet chlapců, kteří vyřešili úkol, je stejný jako počet dívek, které úkol nevyřešily. Porovnejte počet dívek a úspěšných řešitelů:

- (A) dívek je více než úspěšných řešitelů (B) úspěšných řešitelů je více než dívek
(C) je jich stejně (D) nelze jednoznačně rozhodnout
(E) taková situace nemůže nastat

13. Koza je uvázána k rohu kůlny tvaru obdélníku o stranách 4 m a 6 m provazem dlouhým 10 m. Určete obvod plochy, kde se může koza pohybovat (velikost kozy zanedbejte).



- (A) 20π (B) 22π (C) 40π (D) 88π (E) 100π

14. Ve 21.00 hodin jsem jel automobilem rychlostí 100 km/h. Při této rychlosti by mi vystačil benzín v nádrži na 80 km. Nejbližší benzínová pumpa je však vzdálená 100 km. Spotřeba benzínu je u mého auta přímo úměrná rychlosti. V kolik hodin mohu nejdříve dorazit k benzínové pumpě?

- (A) 22.12 (B) 22.15 (C) 22.20 (D) 22.25 (E) 22.30

15. Lichoběžník vznikl odstřížením jednoho rohu rovnostranného trojúhelníku. Přiložíme-li dva takové lichoběžníky k sobě, dostaneme rovnoběžník, jehož obvod je o 10 cm větší než obvod původního trojúhelníku. Určete obvod původního rovnostranného trojúhelníku.

- (A) 10 cm (B) 30 cm (C) 40 cm
(D) 60 cm (E) není dostatek informací

16. Dvě školy se utkaly ve stolním tenisu. Každou školu reprezentovalo 5 žáků. Hrály se pouze čtyřhry (2 žáci jedné školy proti 2 žákům druhé školy). Byly odehrány všechny možné zápasy, tj. utkání všech možných dvojic žáků jedné školy proti každé dvojici žáků druhé školy. Kolik zápasů odehrál každý žák?

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50

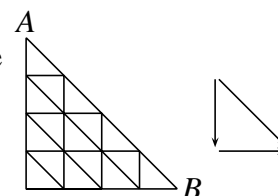
Úlohy za 5 bodů

17. Posloupnost písmen KANGAROOKANGAROO...KANGAROO je tvořena dvaceti slovy KANGAROO napsanými za sebou. Každé písmeno na liché pozici odstraníme. Totéž provedeme s posloupností vytvořenou ze zbylých písmen, opět odstraníme všechna písmena na lichých pozicích. Tento postup opakujeme tak dlouho, dokud nezůstane jediné písmeno. Které to je?

- (A) K (B) A (C) N (D) G (E) O

18. Kolika způsoby se můžeme dostat z bodu A do bodu B , jestliže se smíme pohybovat pouze ve směru šípek?

- (A) 16 (B) 27 (C) 64 (D) 90 (E) 111

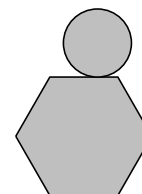


19. Ve vesnici má každý obyvatel jiný počet vlasů, přičemž nikdo nemá právě 2007 vlasů. Největší počet vlasů má Pepa. Počet vesničanů je větší než počet Pepových vlasů. Určete největší možný počet vesničanů.

- (A) 2 (B) 2006 (C) 2007
(D) 2008 (E) počet vesničanů není omezen

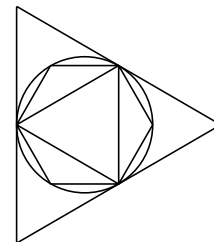
20. Kruh o průměru 1 dm se valí po obvodu pravidelného šestiúhelníku o straně 1 dm. Jakou dráhu (v dm) urazí střed kruhu při jednom oběhu kolem šestiúhelníku?

- (A) $6 + \frac{\pi}{2}$ (B) $6 + \pi$ (C) $6 + 2\pi$ (D) $12 + \pi$ (E) $12 + 2\pi$



21. Rovnostrannému trojúhelníku je vepsána kružnice a do ní je vepsán rovnostranný trojúhelník a pravidelný šestiúhelník (viz obrázek). Označme S_1 obsah velkého trojúhelníku, S_2 je obsah malého trojúhelníku a S_3 je obsah šestiúhelníku. Které z následujících tvrzení platí?

(A) $S_3 = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$ (B) $S_1 = S_2 + S_3$ (C) $S_1 = \frac{S_2 + S_3}{2}$
 (D) $S_3 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$ (E) $S_1 = S_3 + 3S_2$

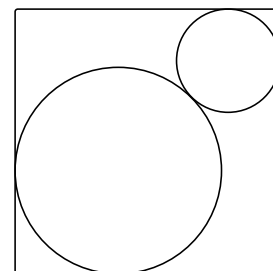


22. Necht' x je nejmenší přirozené číslo, pro které platí, že $10x$ je druhou mocninou a $6x$ je třetí mocninou nějakých přirozených čísel. Určete počet kladných dělitelů čísla x .

(A) 30 (B) 40 (C) 54 (D) 72 (E) 96

23. Do čtverce o straně 1 cm jsou vepsány dvě vzájemně se dotýkající kružnice (obě se dotýkají dvou stran čtverce), viz obrázek. Určete vzdálenost středů obou kružnic (v cm).

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2} - 1$
 (D) $2 - \sqrt{2}$ (E) záleží to na poloze obou kružnic



24. Označme u, v reálné kořeny rovnice $x^2 - 3x + 1 = 0$. Určete $u^3 + v^3$.

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 24