Matematický KLOKAN 2005
kategorie **Junior**

Vážení přátelé,

v následujících 75 minutách vás čeká stejný úkol jako mnoho vašich vrstevníků v řadě dalších evropských zemí.

V níže uvedeném testu je zadáno čtyřiadvacet úloh. Vašim úkolem je u každé z nich vybrat z nabízených možností vždy právě jednu, kterou pokládáte za správnou. Svou volbu vyznačte v přiložené kartě odpovědí. Za správné řešení úlohy 1–8 vám přidělím 3 body, za správné řešení úlohy 9–16 body 4 a konečně za správné řešení úlohy 17–24 bodů 5. Za neřešenou úlohu (není zaškrtnuta žádná z možných odpovědí) nezískáte žádný bod. Za úlohu chybně vyřešenou ztratíte 1 bod. Na začátek vám přiděluji 24 bodů. Můžete tedy získat maximálně 120 bodů.

Při řešení úloh **nepovoluji** používání kapesního kalkulátoru, matematických tabulek, učebnic ani žádné jiné matematické literatury.

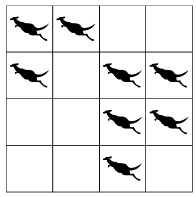
Váš KLOKAN.

Úlohy za 3 body

1. Marie dosáhla padesátého nejlepšího výsledku, ale současně také padesátého nejhoršího výsledku na škole při řešení úloh loňského Klokana. Kolik žáků loni celkově soutěžilo?

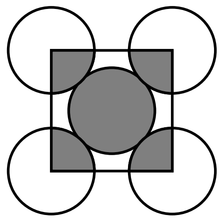
(A) 50 (B) 75 (C) 99 (D) 100 (E) 101

2. V tabulce na obrázku je zakresleno osm klokanů. Jaký nejmenší počet klokanů musíme v tabulce přemístit, aby v libovolné řadě i libovolném sloupci byli právě dva klokani?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

3. Na obrázku je zakresleno pět dotýkajících se kruhů o stejném poloměru, přičemž středy čtyř kruhů jsou ve vrcholech čtverce. Jaký je poměr obsahů vybarvených a nevybarvených částí těchto pěti kruhů?

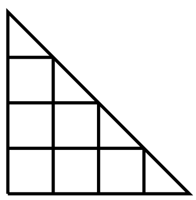


(A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 2 : 5 (D) 2 : 3 (E) 5 : 4

4. Petr měl vyrobit model kvádru o rozměrech $10\,\mathrm{cm} \times 12\,\mathrm{cm} \times 14\,\mathrm{cm}$, ale omylem vytvořil kvádr s rozměry $12\,\mathrm{cm} \times 14\,\mathrm{cm} \times 16\,\mathrm{cm}$. O kolik procent má nový kvádr větší objem, než měl mít ten původní?

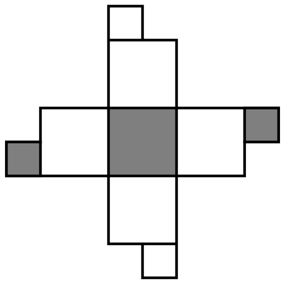
(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

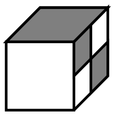
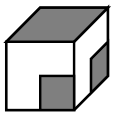
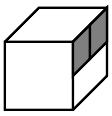
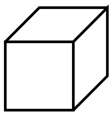
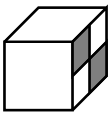
5. Na obrázku je celkem sedm čtverců. O kolik více je tam trojúhelníků?



(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) je jich stejně

6. Která z kostek je složena z této „sítě“?

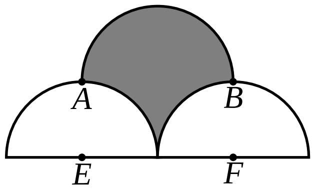


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

7. Průměr 16 různých přirozených čísel je roven 16. Jaké největší možné hodnoty může jedno z nich nabýt?

(A) 24 (B) 32 (C) 136 (D) 241 (E) 256

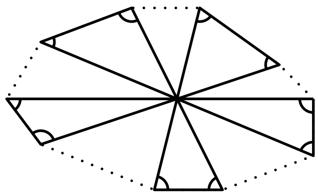
8. Na obrázku jsou znázorněny tři shodné polokružnice o poloměru 2 cm. Určete obsah (v cm^2) vybarvené oblasti, víte-li, že E a F jsou středy dolních polokružnic a $ABFE$ je obdélník.



(A) 2π (B) 7 (C) $2\pi + 1$ (D) 8 (E) $2\pi + 2$

Úlohy za 4 body

9. Všech pět vyznačených úhlopříček desetiúhelníku se protíná v jednom bodě. Součet velikostí deseti vyznačených úhlů je



(A) 300° (B) 450° (C) 360° (D) 600° (E) 720°

10. V tašce je 17 míčků označených čísly 1 až 17. Vytahujeme-li míčky náhodně, jaký nejmenší počet míčků musíme vytáhnout, abychom měli jistotu, že mezi nimi budou dva míčky s čísly, jejichž součet je 18?

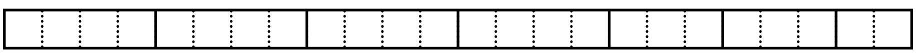
(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 17

11. Jestliže doplníme do všech prázdných políček čísla, bude každá pětice v libovolném řádku, sloupci i diagonále tvořit aritmetickou posloupnost. Jakému číslu je rovno x?
(Čísla a, b, c, d, e tvoří aritmetickou posloupnost, jestliže rozdíl libovolných dvou sousedních čísel je stejný, tj. $b - a = c - b = d - c = e - d$.)

				21
	16			
		27		
				x

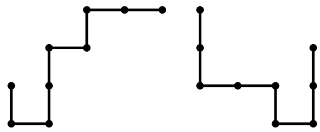
(A) 49 (B) 42 (C) 33 (D) 28 (E) 4

12. Obdélník o délce 24 m a šířce 1 m je rozdělen na několik menších, jejichž šířka je opět 1 m. Čtyři z nich mají délku 4 m, dva délku 3 m a jeden délku 2 m. Složením těchto sedmi dílů dostaneme opět obdélník. Jaký nejmenší obvod takového obdélníku můžeme získat?



(A) 14 m (B) 20 m (C) 22 m (D) 25 m (E) 28 m

13. Každý z drátů na obrázku je pospojován z 8 částí o stejné délce. Položme oba dráty na sebe tak, aby jejich překryv byl maximální. V kolika částech se překrývají?



(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

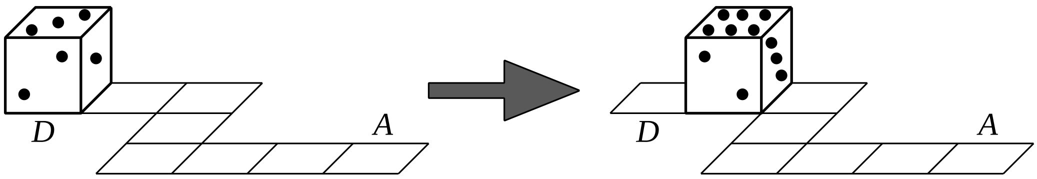
14. Dvě nádoby stejného objemu jsme naplnili vodou a džusem. Poměr vody a džusu byl v první nádobě 2:1, ve druhé 4:1. Poté jsme slili obsahy těchto dvou nádob do jedné velké. Určete, jaký je v ní poměr vody a džusu.

(A) 3:1 (B) 6:1 (C) 11:4 (D) 5:1 (E) 8:1

15. Auto jede po silnici konstantní rychlostí $90\frac{\text{km}}{\text{h}}$. V době, kdy hodiny ukazovaly čas 21:00, byl stav kilometrů na tachometru 116.0 (tj. od počátku jízdy bylo ujeto 116.0 km). O něco později byl stav tachometru i čas na hodinách zapsán pomocí stejných číselných zápisů (pořadí čtyř číslic). V kolik hodin to mohlo být?

(A) 21:30 (B) 21:50 (C) 22:00 (D) 22:10 (E) 22:30

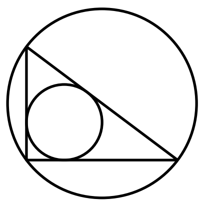
16. Součet bodů na protilehlých stěnách hrací kostky je vždy sedm. Kostku překlápíme podle obrázku. V počáteční poloze *D* jsou na horní stěně tři body. Kolik bodů bude na horní stěně v koncové poloze *A*?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

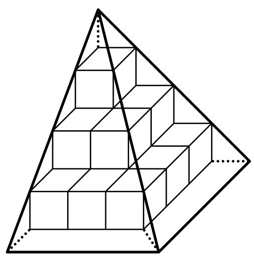
Úlohy za 5 bodů

17. Nechť d, D jsou průměry kružnice vepsané, resp. opsané pravoúhlému trojúhelníku. Vyjádřete hodnotu $d + D$ pomocí délek a a b jeho odvěsen.



(A) $a + b$ (B) $2(a + b)$ (C) $\frac{1}{2}(a + b)$ (D) $\sqrt{ab}$ (E) $\sqrt{a^2 + b^2}$

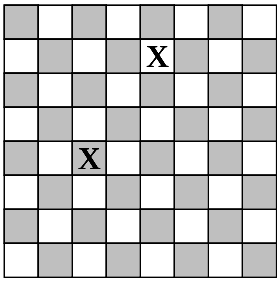
18. Pyramidě ze čtrnácti krychlí o hraně 1 je opsán jehlan znázorněný na obrázku. Jaký je objem tohoto jehlanu?



(A) $\frac{64}{3}$ (B) 64 (C) $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{64\sqrt{2}}{2}$ (E) $\frac{32}{3}$

19. Každý druhý den Karel mluví jen pravdu, ostatní dny jen lže. Dnes řekl právě čtyři z následujících tvrzení. Které z nich nemohl říci?

(A) Počet mých přátel je vyjádřen prvočíslem.
(B) Mezi mými přáteli je stejný počet mužů i žen.
(C) Jmenuji se Karel.
(D) Vždy mluvím pravdu.
(E) Tři mí přátelé jsou starší než já.



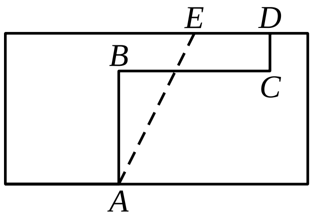
20. Kolika způsoby můžeme vybrat jedno bílé a jedno černé pole na šachovnici 8×8 tak, aby neležela ve stejném sloupci ani řadě?

(A) 56 (B) 5040 (C) 720 (D) 672 (E) 768

21. Kolik čtyřmístných čísel je dělitelem čísla 102^2?

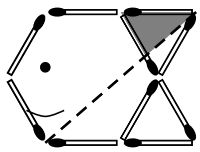
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

22. Obdélníkové pole bylo původně rozděleno na dvě stejně velké části hranicí *ABCD*. Délky úseků *AB*, *BC* a *CD* rovnoběžných se stranami obdélníku jsou postupně 30 m, 24 m a 10 m. Majitelé pole se dohodli, že hranici mezi svými částmi napřímí a nahradí ji hranicí *AE*, přičemž každý bude vlastnit opět polovinu pole. Jak daleko od bodu *D* bude bod *E*?



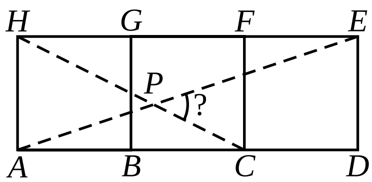
(A) 8 m (B) 10 m (C) 12 m (D) 14 m (E) 16 m

23. Z deseti zápalek je složena rybička, jejíž obsah je 24. Jak velký je obsah vybarvené části?



(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

24. Na obrázku jsou tři čtverce. Přímky *AE* a *CH* se protínají v bodě *P*. Jaká je velikost úhlu $\sphericalangle CPE$?



(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 50° (E) 40°