

Použité zdroje:

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková-Kratochvílová, J.: Matematika pro 2. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2008.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková-Kratochvílová, J., Michnová, J.: Matematika pro 3. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2009.

Hejný, M., Jirotková, D., Bomerová, E.: Matematika pro 4. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2010.

Hejný, M., Jirotková, D., Bomerová, E., Michnová, J.: Matematika pro 5. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2011.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková-Kratochvílová, J., Michnová, J.: Matematika - příručka učitele pro 2. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2008.

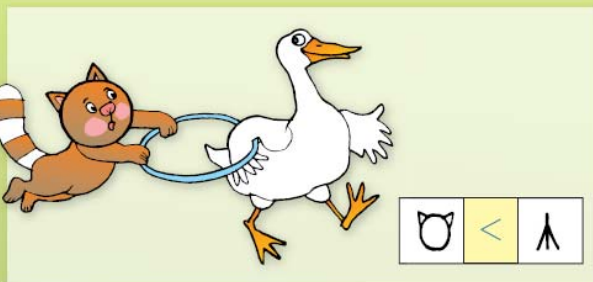
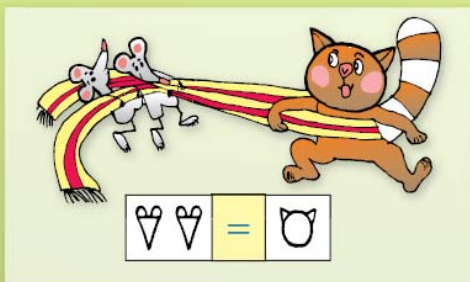
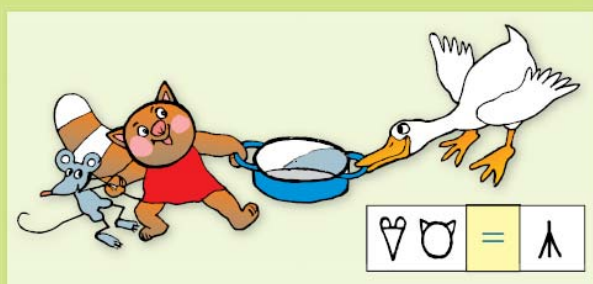
Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková-Kratochvílová, J., Michnová, J.: Matematika - příručka učitele pro 3. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2009.

Hejný, M., Jirotková, D., Michnová, J., Bomerová, E.: Matematika - příručka učitele pro 4. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2010.

Hejný, M., Jirotková, D., Michnová, J., Bomerová, E.: Matematika - příručka učitele pro 5. ročník základní školy. Nakladatelství Fraus, Plzeň 2011.

Děda Lesoň

- 1** Děda Lesoň a jeho zvířátka.
Které zvířátko je nejsilnější?



Nejsilnější je .Nejslabší je .

Do příslušných bílých polí zakreslí žáci ikony husy a myšky. Některé děti postupně přestanou kreslit myškám a kočce uši. Tuto grafickou zkratku nebudeme považovat za chybu.

- Jak dopadne přetahovaná kočky s myši na jedné straně a třech myšek na straně druhé?

Děti zjistí, že to bude nerozhodné, tedy MK = MMM (písmeny M, K, H zde budeme označovat myš, kočku a husu, abychom do textu nemuseli vkládat ikony).

- Proč?

Žák argumentuje: Kočka je stejně silná jako dvě myši. (Učitel umístí na magnetickou tabuli rovnost $K = MM$.) Pak přidá myš na obě strany. Opět budou obě strany stejně silné. (Učitel současně přidá na obě strany po jedné myši.)

- Která strana je silnější při dalším přetahování Husa, anebo dvě myši?

Děti dopíší znak nerovnosti ($H > MM$) a pokusí se o vysvětlení. Podstatné je, aby si žáci vysvětlili situaci navzájem a používali kartičky s ikonami. Ze zkušenosti víme, že nové slovo ikona si děti rychle osvojí. Není nutné vysvětlovat jeho význam, stačí slovo používat.

1. DĚDA LISOŇ A JEHO ZVÍŘÁTKA.

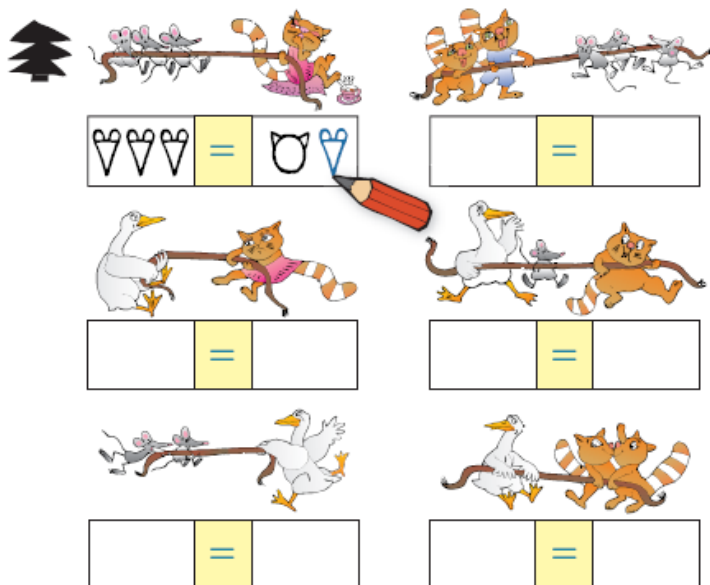
Učitel vypráví příběh o dědu Lisoňovi, který pečuje o zvířata. Na obrázku vidíme myšku a její ikonu, dále kočku s ikonou a husu s příslušnou ikonou. Lisoň vymýšlí pro zvířátka všelijakou zábavu a různé soutěže. Velice oblíbená je mezi zvířátky přetahovaná. Na obrázku vidíme, jak se přetahují dvě myšky s kočkou. Pod obrázkem je zápolení vyjádřeno pomocí ikon. Znak rovnosti znamená, že jsou obě družstva stejně silná. Zapamatujeme si, že jedna kočka je silná jako dvě myšky a u myšek jsou síly vyrovnány.

Na základě následujícího obrázku dokážou žáci usoudit, že kočka s myši se přetahují s husou a že síly jsou na obou stranách vyrovnány. Učitel je upozorní, že každá husa má sílu jako kočka s myši dohromady. Jak dopadne přetahování kočky s husou? Vypadá to, že husa je silnější a zvítězí. Situace na obrázku je vyjádřena pomocí ikon.

Učitel se zeptá:

- Které zvířátko je nejsilnější?
- Které zvířátko je nejslabší?

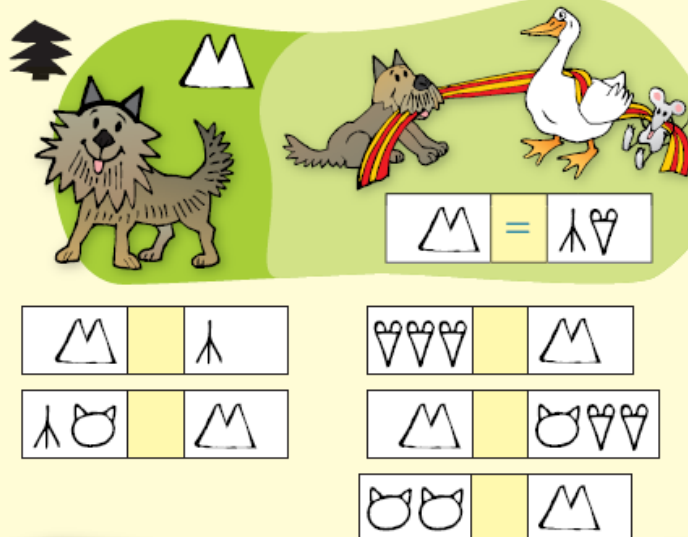
4 Zapiš ikonami a vyřeš.



4. ZAPIŠ IKONAMI A VYŘEŠ. Nerovnost $MMM > K$ ze str. 16 změnilme na rovnost $MMM = KM$ tak, že ke kočce přidáme jednu myšku. Obdobně řešíme i další úlohy. Žáci používají kartičky s ikonami zvířat a o svých řešeních diskutují.

Řešení: $MMM = KM$; $KK = MMMM$; $H = KM$; $MH = KK$; $MMM = H$ (nebo $MH = KMM$); $HM = KK$. Podtržené písmeno označuje zvířátko, které jsme doplnili. V předposlední rovnosti můžeme použít MM místo K .

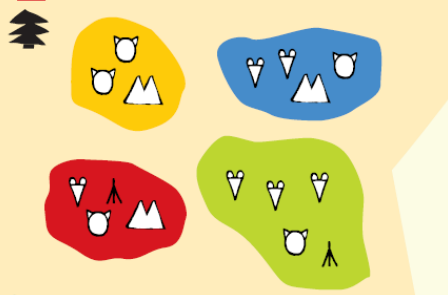
4 Které družstvo vyhraje?



4. KTERÉ DRUŽSTVO VYHRAJE? Pes se objevuje i v této úloze. Je nyní nejsilnějším zvířátkem dědy Lisoňe, protože je stejně silný jako husa s myši. Do sáčku s ikonami si přidáme kartičky se psem. Žáci úlohy řeší a ukazují na tabuli. Svá řešení komentují. Řešení: $P > H$; $HK > P$; $MMM < P$; $P = KMM$; $KK = P$.

2. třída /1/ strana 26

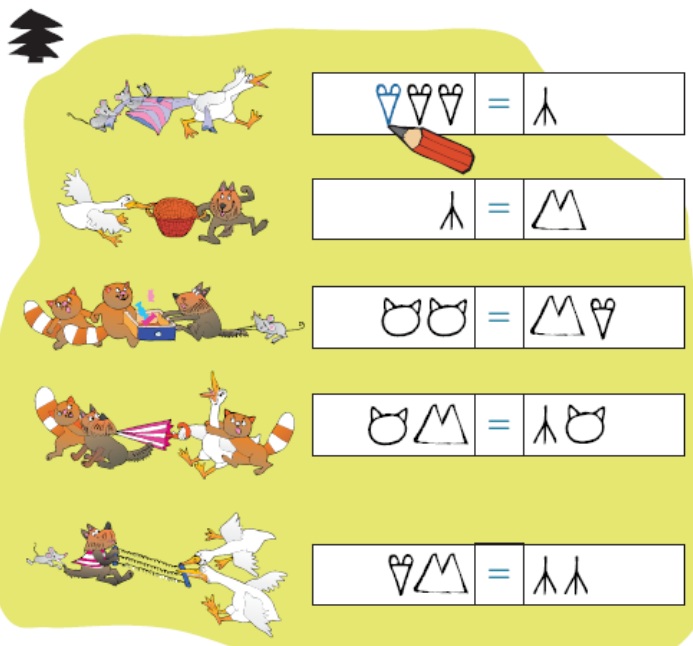
4 Rozděl do dvou stejně silných družstev.



4. ROZDĚL DO DVOU STEJNĚ SILNÝCH DRUŽSTEV. Žáci řeší pomocí kartiček a diskutují o řešení.
Řešení: a) KK = P; b) P = MMK; c) MP = KH; d) MMK = MH.

2. třída /1/ strana 29

2 Nakresli ikony a vyřeš.

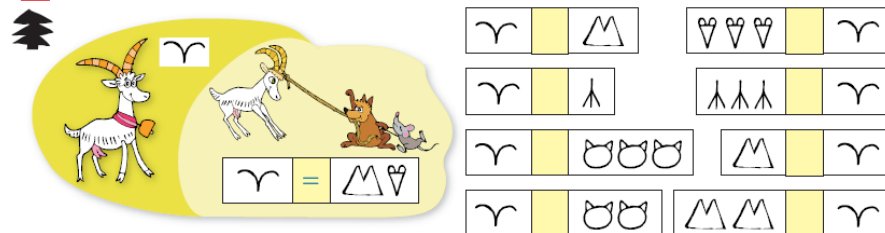


2. NAKRESLI IKONY A VYŘEŠ. Žáci o svých řešeních diskutují.

Řešení: $MMM = H$; $HM = P$; $KKM = PM$; $KP = HKM$; $MPM = HH$.
Podtržené písmeno označuje zvířátko, které bylo doplněno.

2. třída /1/ strana 30

2 Které družstvo vyhraje?



2. KTERÉ DRUŽSTVO VYHRAJE? Povídáme si o novém zvířeti. Koza je teď nejsilnějším zvířátkem dědy Lesoně. Do sáčku s ikonami si přidáme kartičky kozy. Písmeno G je počátečním písmenem anglického slova *goat* (koza). Žáci řeší úlohy, některá řešení si ukážeme společně. Žáci svá řešení komentují.

Řešení: $G > P$; $G > H$; $G < KKK$; $G > KK$; $MMM < G$; $HHH > G$; $P < G$; $PP > G$.

2. třída /1/ strana 34

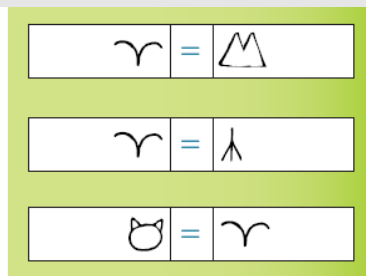
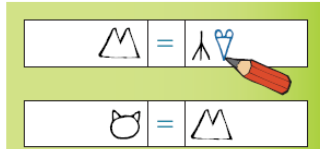
2 Rozděl do dvou stejně silných družstev.



2. ROZDĚL DO DVOU STEJNĚ SILNÝCH DRUŽSTEV. Žáci řeší úlohu pomocí kartiček a diskutují o řešení. Horní levé: $PM = G$; horní pravé: $MG = KP$; dolní levé: $MG = MMMH$; dolní pravé: $G = MMH$. Můžeme popsat barevně.

2. třída /1/ strana 39

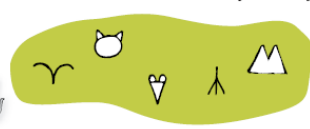
- 2** Které zvířátko má přijít slabšímu družstvu na pomoc?



- 2. KTERÉ ZVÍŘÁTKO MÁ PŘIJÍT...** Žáci o svých řešeních diskutují. Řešení: P = HM; KK = P; G = PM; G = HK; KH = G. Podtržené písmeno označuje zvířátko, které bylo doplněno.

2. třída /1/ strana 45

- 2** Rozděľ zvířátka do tří stejně silných družstev.

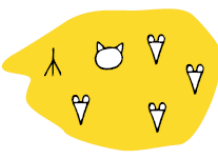


- 3** Vyřeš.



			16
11	6		
			1

			10
16			
	6		
			1

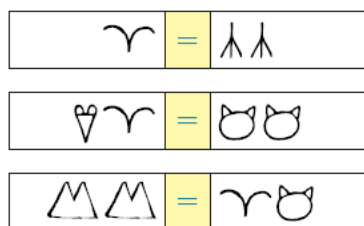


- 2. ROZDĚL ZVÍŘÁTKA DO TŘÍ STEJNĚ SILNÝCH DRUŽSTEV.** Žáci řeší úlohu pomocí kartiček. Řešení zelené úlohy: G = PM = HK. Řešení modré úlohy: P = KK = HM. Řešení žluté úlohy: H = KM = MMM.

V hotovém řešení prověřujeme vždy všechny tři rovnosti, tzn. v zelené úloze G = PM, G = HK i PM = HK. A podobně také v dalších dvou úlohách. Žák, který tvrdí, že poslední rovnost prověřovat nemusíme, protože vyplývá z předchozích dvou, necháme tuto myšlenku prezentovat před ostatními a pochválíme přesnost jeho myšlení. Dodejme, že matematici tuto zákonitost nazývají tranzitivitou. Je přítomna v mnoha situacích. Například z toho, že přímka *a* je rovnoběžná s *b* a že *b* je rovnoběžná s *c*, plyne, že *a* je rovnoběžná s *c*.

2. třída /2/ strana 17

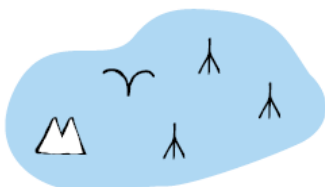
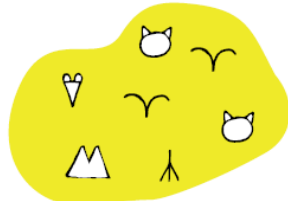
- 4** Dokresli ikony a vyřeš.



- 4. DOKRESLI IKONY A VYŘEŠ.** Žáci řeší úlohu pomocí kartiček a svá řešení komentují. Řešení: MG = HH; MG = KKK; PP = GKM. Podtržené písmeno označuje doplněné zvířátko.

2. třída /2/ strana 22

- 1** Rozděľ zvířátka do dvou stejně silných družstev.



- 1. ROZDĚL ZVÍŘÁTKA DO DVOU...** Žáci řeší úlohu pomocí kartiček.

Řešení: a) GG = PPK; b) V tomto případě má úloha dvě různá řešení: GGM = PHKK, nebo GHKM = GPK; c) PG = HHH.

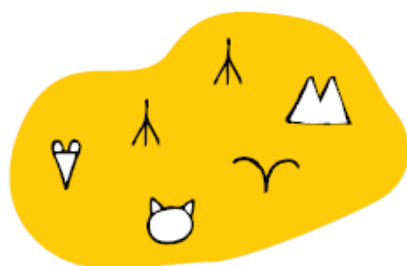
Učitel se žáky diskutuje o tom, jak je možné, že lze úlohu řešit dvěma způsoby. Pokládá například takovéto otázky:

- Můžeme některá zvířátka přesunout z jedné skupiny do druhé?
- Můžeme vybrat z jedné skupiny zvířátka a přidat mu stejně silné partnery ze druhé skupiny?

Žáci přijdou na to, že G = KH a že tyto dvě strany můžeme zaměňovat.

Učitel může využít žákovy zkušenosti s rozdělováním dětí do družstev, např. při míčových hrách. Družstvům určí kapitány, kteří si následně vyberou do svého družstva jednotlivé členy tak, aby byla družstva stejně silná. V případě a) však musí jeden kapitán představovat kozu, avšak druhý kapitán nikoli, neboť by úloha neměla řešení. Ve druhém případě v b) nesmí zvolit za kapitány Kozu a Myš, poněvadž by v tomto případě úloha neměla řešení.

2 Rozdělení zvířátek do tří stejně silných družstev.



2. ROZDĚL ZVÍŘÁTKA... Úlohu žáci řeší opět pomocí kartiček.

Řešení: a) $GM = PK = HH$. U konečného řešení prověřujeme všechny tři rovnosti, tj. $GM = PK$, $GM = HH$ i $PK = HH$. Výsledky žáci zapíší do tabulky pomocí ikon.

2 Hra na kapitány.



Koza a pes představují kapitány dvou družstev. Střídavě si vybírají ze skupiny zvířátek. Zakreslí, koho si vybral pes a koho si zvolila koza.

2. HRA NA KAPITÁNY.

Nový typ úloh, které vycházejí ze životních zkušeností dětí. Když se děti rozdělují do dvou družstev, obvykle o tom rozhodují nejsilnější jedinci – kapitáni. Ti si střídavě vybírají z přítomných dětí spoluhráče do svého družstva. Jako první volí slabší

kapitán. Přesně takový způsob výběru použijeme také u zvířátek dědy Lesoně. Ve třetím dílu učebnice pro druhý ročník zvolíme i jiné způsoby formování družstev, které jsou v dětském kolektivu známé.

Pro uvedení hry ve třídě je z našeho hlediska nejvhodnější dramatizace. Sedm dětí označíme ikonami daných zvířátek. První dva – Koza a Pes – uskuteční volbu. Uvádíme zde jeden příklad této dramatizace.

Pes: Milane, pojď ke mně.

Učitelka: Nesmíš ho volat jménem. Řekni raději: Huso, pojď ke mně.

Pes: Huso, pojď ke mně. (Husa přistoupí k Psu.)

Koza: Kočko, pojď ke mně. (Dvě ze tří Koček běží ke Koze.)

Učitelka: Kočky máš tři, tak musíš na některou ukázat.

Koza: Kočko (ukáže), pojď ke mně. (Tato Kočka se postaví ke Koze.)

Divadlo pokračuje dále a nakonec jsou u Kozy dvě Kočky a u Psu Husa, Kočka a Myš. Učitelka se zeptá třídy, které družstvo je silnější. Žáci zjistí, že je to družstvo Psu. Zjistí i to, že kdyby z družstva Psu odešla Myš, budou obě družstva stejně silná. Dramatizace však může proběhnout i zcela jinak,

protože Koza i Pes mohou vybírat členy družstva z hlediska vzájemného přátelství, nikoli podle síly. Doporučujeme, aby v takovém případě učitel ponechal kapitána vítězného družstva, ale určil pak sám kapitána slabšího družstva. Tím dětem naznačí, že kapitán nemá vytvořit družstvo přátel, nýbrž družstvo nejsilnější. Hru na kapitány si zahrajeme ještě na str. 37/2 a 42/2.

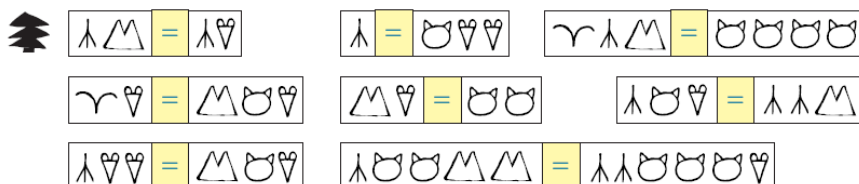


Hra na kapitány



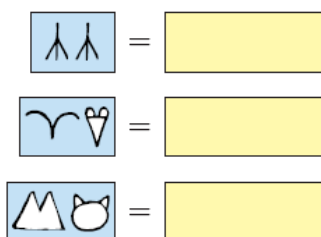
6. HRA NA KAPITÁNY. S touto hrou jsme se poprvé seznámili na str. 31/2, kde je uveden i obsáhlý komentář. Opět doporučujeme dramatizaci. Zvolí-li si pokaždé oba kapitáni nejsilnějšího možného hráče, bude vypadat rozdělení takto: 1) družstvo Psu ve složení P (kapitán), P, H, K, K; 2) družstvo Kozy ve složení G (kapitán), H, H, K, M. Obě družstva jsou stejně silná.

2 Vyřeš.



2. VYŘEŠ. Řešení: PH = HM; GM = PKM; HMM = PKM; H = KMM; PM = KK; HKKPP = HHKKKM; PHG = KKKK; HKM = HHP.

4 Koho zařadí děda Lesoň do žlutého družstva, aby byly žluté a modré družstvo stejně silné?



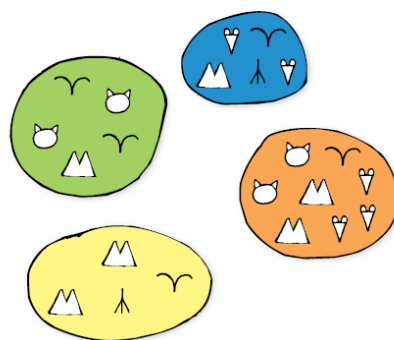
4. KOHO ZAŘADÍ DĚDA LESOŇ... Řešení: a) HH, GM, PK, PMM, HKM, KKK, HMMM, KKMM, KMMMM, MMMMMM. Družstva v modrých polích jsou stejně silná. Proto je i řešení ve žlutém poli vhodné jak pro první rovnost, tak i pro další dvě rovnosti.

Opakování 2. třída

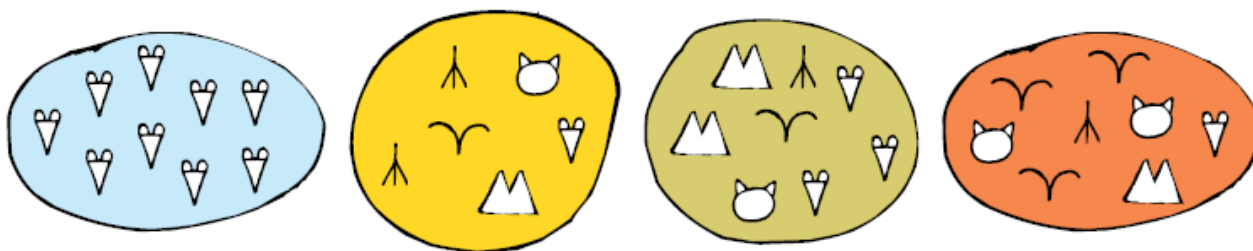
1 Zakresli ikony. Spoj k sobě stejně silná družstva.



1 Rozděl do dvou stejně silných družstev.



4 Rozděl do tří stejně silných družstev.



2. třída /3/ strana 7

- 3** Koho zařadí děda Lesoň do žlutého družstva, aby byly žluté a zelené družstvo stejně silné?



$$\text{Lesoň} + \text{Žlutý} = \text{Žlutý}$$

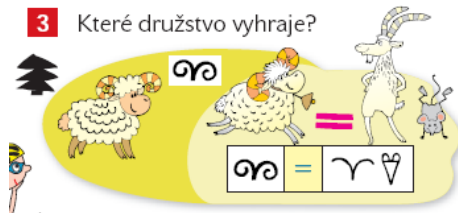
$$\text{Lesoň} + \text{Zelený} = \text{Zelený}$$

$$\text{Lesoň} + \text{Lesoň} = \text{Lesoň}$$

- 3. KOHO ZAŘADÍ DĚDA LESOŇ...** První a třetí úloha mají stejná řešení. Těch je značný počet, např.: HHM, HKK, PMMM, ... Druhá úloha má pět řešení: MMMM, KK, MMK, MH, P. U první a třetí úlohy může učitel uvést doplňující podmínku: Žluté družstvo má tři členy, v takovém případě existují čtyři řešení: GMM, PKM, HHM, HMM.

2. třída /3/ strana 12

- 3** Které družstvo vyhraje?



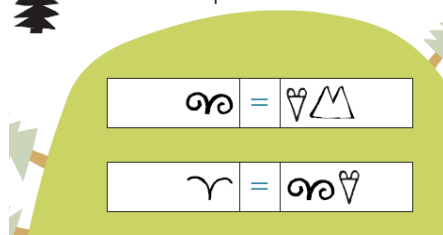
$$\begin{array}{l} \text{Goat} + \text{Triangle} = \text{Goat} + \text{Triangle} \\ \text{Sheep} + \text{Triangle} = \text{Sheep} + \text{Triangle} \\ \text{Goat} + \text{Sheep} = \text{Goat} + \text{Sheep} \end{array}$$

- 3. KTERÉ DRUŽSTVO VYHRAJE?** Povídky si o novém zvířeti. Beran je teď nejsilnějším zvířátkem dědy Lesoně. Do sáčku s ikonami si přidáme kartičky s ikonou berana. Žáci úlohy řeší nejdříve pomocí kartiček a společně si některá řešení představují na tabuli. Svá řešení komentují a s podporou učitele formulují zdůvodnění svých řešení. To může vypadat následovně: *Beran je stejně silný jako koza a myš, dám je proto na levou stranu místo berana (GM, MP). Z každé strany může odejít jedna myš, G, P. Z toho vyplývá, že levá strana je silnější než pravá (B > PM). Zde jde skrytě o práci s nerovnostmi.*

Další řešení: G < BM, BK = HHK, B < GK, HHH > B.

2. třída /3/ strana 18

- 3** Které zvířátko má přijít slabšímu družstvu na pomoc?



$$\begin{array}{l} \text{Goat} + \text{Triangle} = \text{Goat} + \text{Triangle} \\ \text{Sheep} + \text{Triangle} = \text{Sheep} + \text{Triangle} \\ \text{Goat} + \text{Sheep} = \text{Goat} + \text{Sheep} \end{array}$$

- 3. KTERÉ ZVÍŘÁTKO MÁ PŘIJÍT...** Řešení (zvířátko, které přišlo slabšímu družstvu na pomoc, je podtrženo): B = PMM, GK = BM, BKM = HHKM, BM = GK, HHH = BH.

2. třída /3/ strana 23

- 2** Družstva jsou stejně silná.



$$\begin{array}{l} \text{Goat} + \text{Triangle} = \text{Goat} + \text{Triangle} \\ \text{Sheep} + \text{Triangle} = \text{Sheep} + \text{Triangle} \\ \text{Goat} + \text{Sheep} = \text{Goat} + \text{Sheep} \end{array}$$

- 2. DRUŽSTVA JSOU STEJNĚ SILNÁ.** Nový typ úloh uvedeme příběhem: *O masopustu se některá zvířátka dědy Lesoně ukrývají pod maskou. Také v našich úlohách taková zvířátka najdeme. Maskou je žlutý čtvereček. Zjistěte, které zvířátko je pod kterou maskou.*

V této úloze jde již zcela zjevně o řešení rovnic s jednou neznámou. Řešení může probíhat takto: Na levé straně můžeme nahradit myš a kočku jednou husou, dostaneme pak MH = H. Husy na obou stranách mohou odejít a zbývá M = . Pod maskou se tedy ukrývá myš. Ve druhém případě můžeme nejdříve odstranit myš, dostaneme potom K = P. Psa můžeme nahradit kočkou a myší, K = KM, a dál postupujeme stejně jako minule. Třetí případ začneme řešit tak, že psa nahradíme dvěma kočkami. Kočky z obou stran odejdou. Pak už jenom nahradíme husu a kočku kozou, pod maskou se tudíž ukrývá koza.

- 2** Které zvířátko se ukrývá za maskou?

- 3** Které zvířátko musí ze silnějšího družstva odejít, aby byla družstva stejně silná?

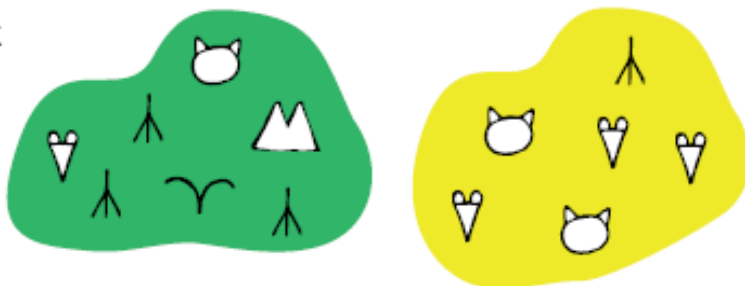


Diagram showing five equations with animal icons representing strength:

- $2 \text{ ducks} = 1 \text{ cat}$
- $2 \text{ ducks} = 1 \text{ cat} + 1 \text{ duck}$
- $3 \text{ ducks} = 3 \text{ cats}$
- $3 \text{ cats} = 2 \text{ ducks}$
- $2 \text{ ducks} + 2 \text{ cats} = 2 \text{ ducks} + 2 \text{ cats} + 1 \text{ duck}$

- 3. KTERÉ ZVÍŘÁTKO...** Řešení: Zvířátko, které musí odejít, je přeškrtnuto: $BM = GM$, $BK = HKM$ (nikdo nemusí odejít), $BBH = PPP$, $HHH = B$, $BBPP = GGGPKM$.

- 5** Rozděľ zvířátka do tří stejně silných družstev.



- 5. ROZDĚL ZVÍŘÁTKA DO TŘÍ STEJNĚ SILNÝCH DRUŽSTEV.** a) Úloha jako na str. 28/2b. Žáci ji řeší pomocí kartiček.

Řešení:

a) $GK = PH = HHM$. V konečném řešení opět prověřujeme všechny tři rovnosti, tj. $GK = PH$, $GK = HHM$ i $PH = HHM$.

b) Úloha nemá řešení. Žáci to zjistí na základě opakovaného neúspěchu. Poté si k úloze připsí *Nemá řešení*. Sledujeme tím dva didaktické cíle:

1) poznání, že existují úlohy, které řešení nemají, na což jsme sice přišli již dříve, avšak zde tuto skutečnost poprvé zapíšeme a tak ji hlouběji utvrdíme ve vědomí žáka;

2) získání zkušenosti s tím, že na tři stejné části se dá rozdělit pouze číslo dělitelné třemi. Druhý cíl může učitel zdůraznit doplňující úlohou: *Které zvířátko máme přidat k ostatním šest, abychom mohli skupinu sedmi zvířátek rozdělit na tři stejně silná družstva?* Přidáme-li M, lze skupinu sedmi zvířat rozdělit následovně: $MH = KK = MMK$. Přidáme-li G, můžeme tuto skupinu rozdělit takto: $G = KH = MMMK$.

lit na tři stejně silná družstva? Přidáme-li M, lze skupinu sedmi zvířat rozdělit následovně: $MH = KK = MMK$. Přidáme-li G, můžeme tuto skupinu rozdělit takto: $G = KH = MMMK$.

- 3** Které zvířátko se ukrývá za maskou



Diagram showing four equations with animal icons and a yellow square representing a mask:

- $2 \text{ cats} = 1 \text{ duck} + 1 \text{ mask}$
- $1 \text{ mask} + 1 \text{ duck} = 2 \text{ cats}$
- $2 \text{ ducks} = 1 \text{ duck} + 1 \text{ mask}$
- $1 \text{ duck} = 1 \text{ duck} + 1 \text{ mask}$

- 3. KTERÉ ZVÍŘÁTKO SE UKRÝVÁ ZA MASKOU?** Řešení: a) $\square = K$; b) $\square = M$; c) $\square = G$; d) $\square = H$.

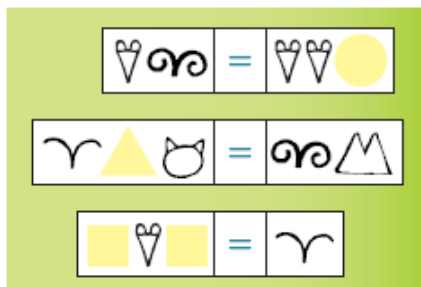
3 Hra na kapitány



3. HRA NA KAPITÁNY. Pokud si zvolí oba kapitán pokaždé nejsilnější zvířátko z těch, co jsou k dané pozici, bude výsledek následující: GPHHKMM BPHHKMM.



4 Které zvířátko se ukryvá za maskou?



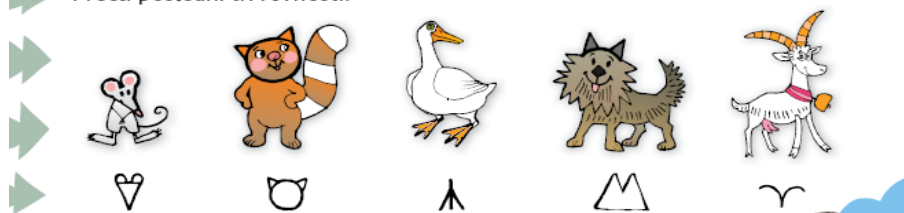
4. KTERÉ ZVÍŘÁTKO SE SKRÝVÁ ZA MASKOU?

Řešení: a) $\square = G$; b) $\square = H$. Tyto úlohy lze řešit dvojí výměnou: nejprve $B \rightarrow GM$ (po odebrání G z každé strany máme $\square K = PM$) a pak $P \rightarrow KK$ (po odebrání K z každé strany máme $\square = KM = H$).

c) Poprvé se objevuje nový typ úlohy, se kterým se budeme často setkávat ve 3. ročníku – ve vztahu se objevují dvě masky. Zde žáci metodou pokus – omyl zjistí, že $\square = K$, neboť $KMK = G$.

Zvířátka dědy Lesoně

- 1** Zvířátka dědy Lesoně ráda hrají přetahovanou. Kočka je stejně silná jako dvě myši: $\text{☺} = \text{☹☹}$. Dále pak $\text{☹☹} = \text{☹☹}$; $\text{☹☹} = \text{☹☹}$; $\text{☹☹} = \text{☹☹}$.
Přečti poslední tři rovnosti.



- 2** Které zvířátko má přijít slabšímu družstvu na pomoc?

a) $\text{☹} = \text{☹☹}$ g) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$
 b) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$ h) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$
 c) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$ i) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$
 d) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$ j) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$
 e) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$ k) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$
 f) $\text{☹☹} = \text{☹☹}$

1 Žák „čte“ obrázkové rovnosti: *myš s kočkou jsou stejně silné jako husa* atd. Učitel se zeptá, zda to platí pro všechny kočky a všechny myši a všechny husy, ... V diskusi se vyjasní, že ve skutečnosti to vůbec nemusí tak být, navíc stěží by se asi myš s kočkou přátelili v jednom družstvu. Ale v pohádkové krajině dědy Lesoně to tak je. Tam jsou skutečně všechny myši stejně silné, všechny kočky jsou stejně silné atd.

Zde budeme značit zkratkami: M = myš, K = kočka, H = husa, P = pes, G = koza.

- 2** Řešení: a) $\text{H} = \text{KM}$; b) $\text{P} = \text{MH}$; c) $\text{HM} = \text{KK}$; d) $\text{HH} = \text{PK}$; e) $\text{G} = \text{HK}$; f) $\text{G} = \text{MP}$; g) $\text{HG} = \text{PP}$; h) $\text{HHH} = \text{GP}$; i) $\text{HHH} = \text{GMK}$; j) $\text{GG} = \text{HHHM}$; k) $\text{PPPPP} = \text{HHHHHHK}$.

Komentář k b): Někteří žáci v této úloze pošlou myšce na pomoc tři další myšky. Výsledná rovnost $\text{P} = \text{MMMM}$ je pravdivá, ale řešení nesplňuje požadavek, že myšce má přijít na pomoc jedno jediné zvířátko. Učitel vyzve žáka, aby si úlohy přepsal do sešitu a pokusil se k myšce přidat jenom jedno zvířátko. Tedy musí nahradit tři myšky husou. Podobně tomu je v dalších úlohách.

Další úlohy na procvičování jsou v PS1 21/22.

- 3** U dědy Lesoně se zase soutěžilo v přetahované. Družstvo myší nastoupilo proti husám. Obě družstva byla stejně silná. Kolik bylo myší a kolik hus? Najdi více řešení.

- 4** Stejným způsobem řeš i přetahovanou:

- a) koček proti psům; c) hus proti kozám;
 b) koček proti husám; d) psů proti kozám.

Osmiletá Veronika řešila úlohu 4d). Vlevo položila ikonu psa, vpravo ikonu kozy. Pak přidala vlevo dalšího psa a chvíli se na to dívala. Přidala vpravo další kozu a řekla, že to nikdy nebude stejné. Po chvíli ale řekla: *Možná jo* a přidala vlevo 2 psy a vpravo jednu kozu. Déle počítala a pak na každou stranu přidala jedno zvíře. Vznikla situace: $\text{PPPPP} = \text{GGGG}$. Řekla: *Tak to je!* Když viděla můj nechápavý obličej, vysvětlila: *Koza je jako pes a myš. Vymění-*

*la GGGG postupně za PMPMPMPM. Z obou stran rovnosti $\text{PPPPP} = \text{PMPMPMPM}$ dala pryč PPPP a zůstalo $\text{P} = \text{MMMM}$. Řekla: *Ten pes je jako 4 myši. Na můj dotaz, zda je to jediné možné řešení, s jistotou odpověděla, že ano. Po dvou dnech, když řešila ještě jiné podobné úlohy, mi přišla říct: *To s těmi psy se může brát i opakovaně, jako že 10 psů a 8 koz, nebo 15 psů a 12 koz. Tato řešení měla napsána na lístečku. Po chvíli dodala: *Ale i víc.****

- 5** K přetahované u dědy Lesoně nastoupilo družstvo koček a hus proti družstvu čtyř koz. Obě družstva byla stejně silná. Kolik bylo v prvním družstvu koček a kolik hus? Najdi více řešení.

- 5** Existují 4 řešení: $1\text{ K} + 6\text{ H}$, $4\text{ K} + 4\text{ H}$, $7\text{ K} + 2\text{ H}$ a $10\text{ K} + 0\text{ H}$. Poslední řešení je problematické. Zaslouhuje diskusi třídy.

3. třída / strana 59

- 1** O masopustu uspořádal děda Lesoň pro svá zvířátka maskarní rej. Potom se opět přetahovala. Některá zvířátka měla masku. Zjisti, které zvířátko se ukrývá za maskou. Za stejnými maskami jsou též zvířátka.



a) $\Delta = \text{myš}$ b) $\text{myš} = \Delta$ c) $\text{myš} = \Delta$

d) $\text{myš} = \Delta$ e) $\Delta = \Delta$ f) $\Delta = \Delta$

g) $\Delta = \Delta$ h) $\Delta = \Delta$ i) $X \Delta = \Delta$

j) $\Delta = \Delta$ k) $\Delta = \Delta$

- 1** Podmínka „Za stejnými maskami jsou též zvířátka“ se vztahuje jen k dané úloze. Například v úloze b) je za maskou myš a v úloze c) je za stejnou maskou kočka. Ale v úloze g), kde jsou dvě masky, musí být za oběma stejné zvířátko.

Žáci řeší metodou pokus-omyl, ale někteří po několika úlohách začnou získávat do rovnic vzhled a jejich řešitelský proces se urychlí. Úlohy můžeme pro sebe přepsat do tvaru a) $H = KX$, b) $KK = HX$ atd., kde písmenem X označíme masku.

Řešení: a) $X = M$; b) $X = M$; c) $X = K$; d) $X = K$; e) $X = K$; f) $X = M$; g) $X = M$; h) $X = K$; i) $X = H$; j) $X = K$; k) $X = H$.

3. třída / strana 76

- 4** V přetahované vystupují i masky. Zjisti, které zvířátko se za maskou ukrývá. Za stejnými maskami se nacházejí též zvířátka.



$\Delta = \Delta$ $\text{myš} \Delta = \Delta$ $\text{myš} \Delta = \Delta$

$\text{myš} \Delta = \Delta$ $\text{myš} = \Delta$ $\text{myš} \Delta = \Delta$

$\Delta \Delta = \Delta$ $\Delta \Delta = \Delta$ $\Delta \Delta = \Delta$

$\Delta \Delta = \Delta$ $\Delta \Delta = \Delta$ $\Delta \Delta = \Delta$

- 4** Opět připomeneme žákům, že když je v jedné úloze několik masek, ukrývají se za nimi stejná zvířátka, ale za maskou v první úloze může být jiné zvířátko než za stejnou maskou ve druhé úloze.

Řešení: První řádek: M, H, K; druhý řádek: K, M, M; třetí řádek: M, K, P.

3. třída / strana 90

- 5** Zvířátka B, G, P, H, K, M u dědy Lesoně se zase chtějí přetahovat. Rozděl je do tří stejných družstev.

$\Delta, \text{myš}, \Delta, \Delta, \Delta, \Delta$.

- 5** **Řešení:** $BM = GK = PH$.

Všimněme si, že dělení do stejných silných družstev můžeme udělat takto: do prvního družstva dáme první a poslední zvířátko z uvedené řady, do druhého družstva dáme druhé a předposlední a do třetího prostřední dvě zvířátka.

3. třída / strana 98

- 2** Zjisti, kdo se skrývá pod maskou při maskarní přetahované u dědy Lesoně. Za stejnými maskami jsou v každé úloze též zvířátka:



a) $\Delta = \Delta$ a $\Delta = \Delta$ e) $\Delta \Delta = \Delta \Delta$ a $\Delta = \Delta$

b) $\Delta = \Delta$ a $\Delta = \Delta$ f) $\Delta \Delta = \Delta \Delta$ a $\Delta \Delta = \Delta \Delta$

c) $\Delta = \Delta$ a $\Delta = \Delta$ g) $\Delta \Delta = \Delta \Delta$ a $\Delta \Delta = \Delta \Delta$

d) $\Delta \Delta = \Delta \Delta$ a $\Delta = \Delta$ h) $\Delta \Delta = \Delta \Delta$ a $\Delta \Delta = \Delta \Delta$

- 2** X = první neznámá, v učebnici růžové pole, Y = druhá neznámá, v učebnici zelené pole

Řešení: a) $X = M$ a $Y = K$; b) $X = H$, $Y = K$; c) $X = H$ a $Y = M$; d) $X = P$ a $Y = M$; e) $X = P$ a $Y = K$; f) $X = K$, $Y = H$; g) $X = H$ a $Y = P$; h) $X = H$ a $Y = K$. Poslední úloha je hodně náročná.

První tři úlohy a úlohu f) řeší žáci přímo. Další úlohy řeší zkoušením.

Nejprve je experimentování žáka nahodilé. Postupem času se ale stává promyšlenější a systematictější. Například Sabina řešila úlohu e) takto: červená maska jsou dvě zelené; tedy dva berani jsou tři červené, tedy šest zelených; tři zelené jsou jeden beran; zelená je kočka. Valter dosadil za Y myš; zjistil, že pak $X = MM = K$; napsal $BB = KKK$, vše škrtnul; pak dosadil za Y kočku; zjistil, že pak $X = KK = P$; napsal $BB = PPP$; to přepsal $PKPK = KKK$; z obou stran škrtnul KK a řekl, že je to dobře; napsal výsledek $X = P$, $Y = K$.

U úloh d), g) a h) lze použít hlubší úvahu:

d) Do první rovnice $KH = XY$ dosadíme za X z druhé rovnice $X = YH$; dostaneme $KH = YHY$; odtud $K = YY$, tedy $Y = M$.

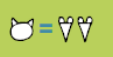
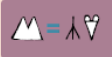
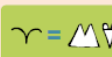
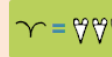
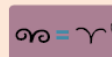
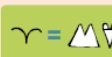
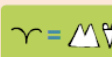
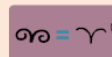
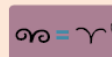
g) Za XY do druhé rovnice dosadíme z první rovnice BM; dostaneme $XBMM = GC$; za B dosadíme GM, máme $XCMM = GC$; odtud $XMM = G$; konečně $X = H$.

h) První rovnici zdvojnásobíme, máme $XXXXYY = GHHH$; ke druhé rovnici na obě strany přidáme XXX, dostaneme $XXXXYY = XXXBM$; odtud $GGHH = XXXBM$; tedy $GGHH = XXXGMM$; proto $GHH = XXXMM$; odtud $HMMHH = XXXMM$; konečně $X = H$.

Je jasné, že uvedený postup vysoce překračuje úroveň myšlení žáka třetího ročníku. Když ale sledujeme počínání některých žáků třetího ročníku, kteří úlohu řeší experimentováním, najdeme v jejich pokusech zárodky výše použitých myšlenek: dosazení z jedné rovnice do druhé, zdvojnásobení rovnice, přidání, nebo ubrání téhož zvířátka nebo téže masky na obě strany rovnice.

36 Zvířátka dědy Lesoně stále ráda hrají přetahovanou.



 = 
 = 
 = 
 = 
 = 
 = 

36 Modrou skupinu zvířátek rozděl nejprve na dvě a potom na tři stejně silná družstva. Totéž proved se zelenou skupinou.



Zopakování základních vztahů v prostředí dědy Lesoně.

36 Řešení:



 M = myš (1)  K = kočka (2)  H = husa (3)  P = pes (4)  G = koza (5)  B = beran (6)  C = kráva (10)

Modrá skupina:

Lze ji rozdělit na dvě stejná družstva, která jsou naprosto totožná. Najít toto řešení by mělo být snadné pro všechny žáky: KHMMMM = KHMMMM.

Další řešení jsou např. HKKMM = HMMMMMM; KMMMMMMM = HHKM; KKMMMMMM = HHMMM;

Při dělení na tři stejná družstva má úloha také několik řešení:

MMMMMM = HH = KKMM; MMMMMM = HKM = HMMM;

KKMMMM = HKM = HMMM; KMMMM = KMMMM = HH;

HMMM = HMMM = KKMM.

Zelená skupina:

Jelikož je v této skupině pouze jeden pes, nelze ji rozdělit na dvě totožná družstva. Opět je zde ale více možností: PHK = HKMMMM; PHMM = HKKMM; HHKM = PKMMM; HHMMM = PKKM.

Na tři družstva lze zelenou skupinu rozdělit také více způsoby. Zadání můžeme pro děti, které mají dobrý vzhled do prostředí Lesoně, rozšířit o další podmínky, např. že nechceme, aby pes byl v jednom družstvu s kočkou a kočka(y) nesmí být o samotě s myší (poslední řešení).



Tedy: PK = HH = KMMMM; PK = HKM = HMMM; PMM = HH = KKMM; PMM = HKM = HKM.

42 Zjisti, které zvířátko se ukrývá za maskou. Je-li v jedné úloze více masek, jsou za nimi stejná zvířátka.



  =    
  =  
  =  
  =  
  =    
  =  

42 Řešení (po sloupcích):



$K + M = M + M + M$; $K + M = H$; $H + G = K + B$; $K + K + M = M + M + H$; $H + H = M + M + K + K$; $P + H + M = K + B$; $P + M = H + K$; $B + P = K + K + H + M + M + M$; $K + H + H = B + K$.

Rovnice I



- 1 Zjisti, které zvířátko je za maskou.



$$\gamma = \bullet \text{ } \text{maska}$$

$$\text{maska} = \bullet \bullet$$

$$\bullet \bullet \gamma = \gamma \text{ } \text{maska}$$

Za stejnými maskami jsou v jedné úloze stejná zvířátka.



Marta si sílu každého zvířete přepočítá na myši. Například první rovnici si zapíše

$\gamma \gamma \gamma \gamma \gamma = \bullet \gamma \gamma$ neboť γ je 5 myši a maska jsou 2 myši. Pak lehce najde řešení:

$\gamma \gamma \gamma = \bullet = \text{husa}$, tedy za maskou je husa.

Milan řekl, že on si píše ihned čísla, a napsal:

$$\gamma = 1 \quad \text{maska} = 2 \quad \text{husa} = 3 \quad \text{maska} = 4 \quad \gamma = 5 \quad \text{husa} = 6$$

Ukázal, jak řešil druhou rovnici:

$$2 + 4 = \bullet \bullet \quad 6 = \bullet \bullet \quad \bullet = 3 = \text{husa}$$

Řekl: Za maskou je husa.



- 2 Vyřeš rovnice tak, jak je řeší Marta, i tak, jak je řeší Milan.

$$\text{husa} \gamma = \bullet \bullet \text{ } \text{husa}$$

$$\bullet \bullet \bullet \gamma = \gamma \gamma$$

- 3 Milan sestavil tři rovnice. Přepiš je pomocí zvířátek a vyřeš.

$$1 + \bullet = 4$$

$$7 = \bullet + 3$$

$$\bullet \bullet \bullet + 1 = 10$$

Rovnice patří k pilířům matematiky. Při jejich výuce se obvykle zdůrazňuje nácvik postupů. Pro rozvoj matematického myšlení žáka je důležitější chápání vztahů, které jsou rovnicemi popisovány. Proto se zaměříme na situace, v nichž mohou žáci odhalovat různé zákonitosti rovnic i jevů, které rovnice popisují. Použijeme prostředí Lesoně, Hadů a slovních úloh a obohatíme je o dva nové typy úloh: o grafy a geometrické úlohy o pravoúhelnících. Masku, která je v učebnici znázorněna barevným kruhem ●, budeme zde v PU psát jako X, popřípadě Y.

- 1 Řešení: V prvních dvou případech je $X = H$, ve třetím $X = P$.



- 2 Řešení: Postup Marty

První rovnice: $MMMMM M = XXMMM$, tedy $MMMM = XX$ čili $X = MM = K$.

Druhá rovnice: $XXXM = MMMMM MMMMM$, odtud $XXX = MMMMMMMMM$, tedy $X = MMM = H$.

Někteří žáci vnímají postup Marty jako zbytečné psaní. Pro ně je to jen ztráta času. Ti to psát nebudou, i když o to učebnice žádá.

Postup Milana:

První rovnice: $6 + 1 = XX + 3$, tedy $7 = XX + 3$, odtud $4 = XX$, tedy $X = 2 = K$.

Druhá rovnice: $XXX + 1 = 5 + 5$, tedy $XXX + 1 = 10$, odtud $XXX = 9$, tedy $X = 9 : 3 = 3 = H$.

Neznámou běžně dáváme na levou stranu rovnice. Proto jsme u první rovnice v řešení Marty přepsali výsledek $2 = X$ do tradičního $X = 2$. Z matematického hlediska jsou obě rovnosti stejné, a tedy žáka, který podtrhne řešení $2 = X$, nebudeme opravovat. Nicméně žákům řekneme, že je zvyklost psát X na levou stranu, a sami to budeme dodržovat. I zde v PU píšeme výsledek tak, že X je na levé straně. Žáci si to postupem času též osvojí, i když opakujeme, že z matematického hlediska je jedno, zda X píšeme vlevo nebo vpravo.

Přepis rovnice do čísel (postup Milana a Nadi) je rychlý, přepis do ikon (postup Marty) zdoluhavý, ale pro některé žáky výrazně srozumitelnější. Snaha učitele urychlit jejich přechod k používání číselných zápisů bývá kontraproduktivní: žáci si techniku přepisu i řešení osvojí, ale podstatě rozumět nebudou; když nacvičené postupy zapomenou, nezbude z tohoto vyučování v jejich vědomí nic. Žáci, kteří úlohy řeší vlastním uvažováním, vlastním intelektuálním úsilím, zvyšují kvalitu svého myšlení. To jim zůstane, i když později všechny konkrétnosti zapomenou.

- 3 Každá z číselných rovnic se dá do zvířátek přepsat více způsoby, například:

první: $MX = P$, nebo $MX = KK$, nebo $MX = MH$; $x = 3$, $X = H$;

druhá: $PH = XH$, nebo $GK = XH$, nebo $BM = XKM$; $x = 4$, $X = P$;

třetí: $XXXM = BP$, nebo $XXXM = GC$, nebo $XXXM = GPM$ atd.; $x = 3$, $X = H$.

5 Vyřeš rovnice tak, jak je řeší Marta, i tak, jak je řeší Milan.



$$\text{🐿} = \text{🐿}$$

$$\text{🐿} = \text{🐿} + \text{🍌}$$

$$\text{🐿} + \text{🍌} + \text{🍌} = \text{🐿} + \text{🐿} + \text{🐿}$$



Nada: Můj starší bratr mi ukázal, jak to píší oni. Místo masky píší písmeno x .
Říkají tomu **neznámá**. Milanův zápis první a druhé rovnice mohu přepsat:
 $\text{🍌} + 1 = 5$ a $6 + 5 = 1 + \text{🍌}$. Pomocí x : $x + 1 = 5$ a $6 + 5 = 1 + 2x$.

Marta: A $2x$ je totéž jako $2 \cdot x$?

Nada: Přesně tak. To máš jako dvakrát stůl jsou dva stoly a pětkrát talíř je pět talířů.

Marta: Ale jak se to řeší s tím x ?

Nada: Úplně stejně. Prostě místo x tam vidíš masku, místo dvou x uvidíš dvě masky, místo tří x tři masky.

6 Všechny rovnice ze cvičení 1 přepiš pomocí x a vyřeš je.



$$\begin{aligned} 1 + x &= 4 \\ x + 3 &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 + 2x &= 11 \\ 2x + 4 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 &= 3x \\ 3x + 1 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 8 &= 3x \\ 16 &= 3x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 + x + 1 &= 6 \\ 1 + 2x &= 9 \end{aligned}$$

5 Postup podle Marty je zdlouhavý a použij jej pouze žáci, které baví.



Postup Marty:

První rovnice: $MX = MMMMM$, tedy $X = MMMM = P$.

Druhá rovnice: $MMMMMM \text{ } MMMMM = M \text{ } XX$, odtud $XX = MMMMM \text{ } MMMMM$, tedy $X = MMMMM = G$.

Třetí rovnice: $MM \text{ } XXX = MMMMM \text{ } MMMMM \text{ } MMMMM$, odtud

$XXX = MMMMM \text{ } MMMMM \text{ } MMMMM$, tedy $X = MMMMM = G$.

Dodejme, že poslední rovnici lze použitím vztahů $B = GM$ a $K = MM$ upravit na tvar: $MMXXX = GMGMG$, odtud $XXX = GGG$, čili $X = G$.

Postup Milana:

První rovnice: $1 + x = 5$, odtud $x = 4 = P$.

Druhá rovnice: $6 + 5 = 1 + 2x$, odtud $10 = 1 + 2x$, tedy $x = 5 = G$.

Třetí rovnice: $2 + 3x = 6 + 6 + 5$, odtud $3x = 15$, tedy $x = 5 = G$.

6 Řešení: $5 = x + 2$, $x = 3$; $6 = x + x$, $x = 3$; $x + x + 1 = 9$, $x = 4$.

7 Řešení:



$MX = P$, $X = H$; $HXX = CM$, $X = P$; $CK = XXX$, $X = P$; $XBK = XXX$, $X = P$;

$XH = BM$, $X = P$; $XXP = C$, $X = H$; $XXXM = C$, $X = H$; $CB = XXXM$, $X = G$.

13 Každou z rovnic přepiš pomocí zvířátek i pomocí hada. Rovnice vyřeš.

$$x + 3 = 5$$

$$2x = 8$$

$$8 + 2x = 10$$

$$16 = 3x + 1$$

13 Řešení názorně ukazuje „překlad“ úlohy z jazyka rovnice s x do jazyka zvířátek i do jazyka hada a obráceně.

rovnice
 $x + 3 = 5$

pomocí zvířátek
 $XH = G$



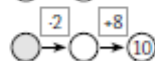
$$2x = 8$$

$XX = GH$



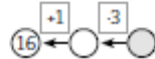
$$8 + 2x = 10$$

$PPXX = C$



$$16 = 3x + 1$$

$CB = XXXM$

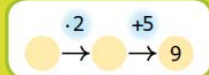


Číselná rovnice může být přepsána do hada, do zvířátek i do úlohy o myšleném čísle, dokonce různými způsoby.

Myslím si číslo. Když je vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu 9. Které číslo si myslím?



$$2x + 5 = 9$$



- 17** Rovnici o zvířátkách přepiš do čísel s x . Tuto rovnici pak přepiš do hada i do úlohy o myšleném čísle.



$$\text{ov} = \text{ov}$$

$$\text{ov} \cup = \text{ov} \cup$$

$$\cup \text{ov} = \text{ov} \cup$$

- 18** Úlohu o myšleném čísle přepiš do čísel s x . Tuto rovnici pak přepiš do hada i do úlohy o zvířátkách.

- a) Když k myšlenému číslu přičtu 7, dostanu 9.
b) Když k dvojnásobku myšleného čísla přičtu 5, dostanu 13.

- 19** Hada přepiš do rovnice. Tuto rovnici pak přepiš do úlohy o myšleném čísle i do úlohy o zvířátkách.



- 17 Řešení:** Nejprve je rovnice přepsána do čísel, pak do hada a nakonec do úlohy o myšleném čísle. Přepis do rovnice je udělán dvakrát. Nejprve přesně podle zadání o zvířátkách, podruhé stručně. U hada uvádíme jen jednu možnost – tu, kde je písmeno x ve vstupním poli. V úloze o myšleném čísle vypouštíme první i poslední větu. Tedy věty „Myslím si číslo.“ a „Které číslo jsem si myslel?“

	rovnice	had	Myslím si číslo.
první	$1 + x = 6$		Když jej zvětším o jedna, dostanu 6
druhá	$11 = 1 + 2x$ ($6 + 5 = 1 + x + x$)		Když jej zdvojnásobím a přičtu k tomu 1, dostanu 11.
třetí	$11 = 2 + 3x$ ($5 + 6 = x + x + x + 2$)		Když jej ztrojnásobím a přičtu k tomu 2, dostanu 11.

18

	rovnice	had	děda Lesoň
a)	$x + 7 = 9$		XPH = G
b)	$2x + 5 = 13$		XXG = CH

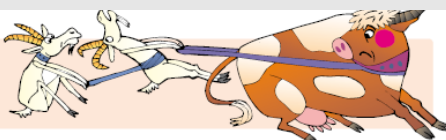
- 19 Řešení:** $4x + 7 = 23$

Když jej vynásobím 4 a přičtu k tomu 7, dostanu 23.

XXXXBM = CCH



Do her dědy Lesoně se zapojily i krávy. Kráva je stejně silná jako dvě kozy.



- 19** Rovnici přepiš do čísel a vyřeš je.



a) $\text{ov} = \text{ov}$

b) $\text{ov} \cup = \text{ov} \cup$

c) $\text{ov} \cup = \text{ov} \cup$

d) $\text{ov} \cup = \text{ov} \cup$

- 19 Řešení:** a) $x + 4 = 10$; $x = 6$, neboli $X = B$; b) $2x + 3 = 11$; $x = 4$, neboli $X = P$; c) $3x = 12$; $x = 4$, neboli $X = P$; d) $3x + 1 = 10$; $x = 3$, neboli $X = H$.



- 21** Proti sobě nastoupila dvě stejně silná družstva. Modré družstvo, které tvořila jedna myš a několik psů, a zelené, ve kterém byly pouze husy. Kolik bylo kterých?



- 21** Rovnice se dvěma neznámými má nekonečně mnoho řešení. Jsou uvedena v tabulce:



Počet psů	2	5	8	11	14		$2 + 3n$
Počet hus	3	7	11	15	19		$3 + 4n$

Když za n dáme jakékoliv přirozené číslo, dostaneme jedno řešení rovnice, například pro $n = 100$ dostáváme řešení: myš + 302 psů = 403 hus.

- 5** Rovnice přepiš a) pomocí zvířátek; b) pomocí hada. Vyřeš.

$$x + 2 = 12$$

$$5 + x = 11$$

$$3 + x + 4 = 11$$

$$2x = 12$$

$$20 = 2x + 10$$

$$18 + 2x = 30$$

$$3x + 2 = 20$$

$$6 + 3x + 5 = 20$$

$$41 = 4x + 1$$

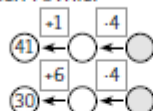
$$30 = 6 + 4x$$

$$2 + 5x = 17$$

$$31 = 5x + 1$$

- 5** Uvádíme řešení pouze u posledních čtyř rovnic. Když čísla přepisujeme pomocí zvířat, lze to udělat mnoha způsoby. Budeme upřednostňovat ty neekonomičtější, tj. ty, u nichž použijeme nejmenší počet zvířat, a ty, které se vyskytují na obou stranách rovnic.

$$41 = 4x + 1 \quad \text{CCCCM} = \text{XXXXM}$$



$x = 10, X = C$

$$30 = 6 + 4x \quad CCC = BXXXX$$

$x = 6, X = B$

Rovinné útvary

1. Do mičky narysuj čtyřúhelník ABCD daný šipovými zápisem
A $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ B $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$ C $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$ D $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$ A.
Kterák jeho strana je nejdelší a která nejkratší?

2. Jakou měřítkou měříš délky stran čtyřúhelníka ABCD a zjistíš, že délka strany AB je

$2 + 5x = 17$

$\text{○} \xrightarrow{-5} \text{○} \xrightarrow{+2} \text{○} 17$

KXXXXX = CGK
x = 3, X = H

$31 = 5x + 1$

CCCM= XXXXXM
x = 6, X = B

1 Přepiš tyto rovnice pomocí čísel. Pak rovnice vyřeš.

- a) b) c) d) e)

Milan přepsal poslední rovnici pomocí čísel: = 4 a řekl:

Jsou tři možnosti: buď je = 1 a = 3, nebo = 2 a = 2, nebo = 3 a = 1.

Darina: Masky jsou různé.

Zvířátka za nimi také musí být různá.

Milan: Podle mne mohou být stejná.

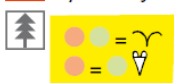


2 Co myslíš, kdo má pravdu? Milan nebo Darina? Proč?

Kolik řešení má podle tebe rovnice?

- a) b) c)

3 Vyřeš dvojice rovnic.



Stejná maska ve dvojici rovnic označuje stejné zvířátko.

Nada přepsala tyto rovnice i pomocí písmen. Místo masky psala písmeno x a místo masky písmeno y . První dvojici rovnic přepsala $x + y = 5$, $x = y + 1$. Umíš přepsat další dvě dvojice?

1 Řešení: a) $10 + 2 = 4 + x + x$ nebo $12 = 4 + 2x$, odtud $2x = 8$, $x = 4$ a $X = P$.

b) $x + x + x = 6$ nebo $3x = 6$, odtud $x = 2$ a $X = K$.

c) $10 + 4 = x + x + x + 5$ nebo $14 = 3x + 5$, odtud $3x = 9$, tedy $x = 3$ a $X = H$.

d) $x + x + x + 4 + 4 + 4 = 5 + 5 + 5$, $3x + 12 = 15$, odtud $3x = 3$, tedy $x = 1$ a $X = M$.

Jiný postup: Z rovnice vidíme ihned, že $XP = G$ nebo $x + 4 = 5$, tedy $x = 1$ a $X = M$.

e) viz text v učebnici.

Rovnice II

Přepiš tyto rovnice pomocí čísel.

2

Spor Milana a Dariny nemá matematické řešení. Je to otázka dohody. Můžeme přijmout kterýkoli z názorů, ale když jej přijmeme, musíme jej již dodržovat. Je pravděpodobné, že ve třídě někteří žáci budou souhlasit spíše s Milanem, jiní spíše s Darinou. To je dobře. Budeme mít u každé úlohy jak řešení podle Milana, tak řešení podle Dariny. Žáci získávají zkušenost s rozlišováním mezi matematickou pravdou a konvencí. Ve školní matematice je takových konvencí mnoho. Například zda číslo 0

patří mezi přirozená čísla, zda číslo 20 patří do druhé nebo třetí desítky, zda rovnostranný trojúhelník patří mezi rovnoramenné trojúhelníky apod. O tyto a podobné věci nemá smysl vést spory. Je nutné některé stanovisko zvolit a to pak dodržovat. Je praktické zvolit to stanovisko, které zvolili autoři učebnice.

Řešení: a) jsou dvě možnosti: $X = M$ a $Y = H$, nebo $X = K$ a $Y = M$; b) podle Dariny je jediná možnost: $X = M$ a $Y = P$; podle Milana je ještě další možnost $X = Y = K$; c) jsou tři možnosti: $X = M$ a $Y = K$, nebo $X = K$ a $Y = H$, nebo $X = H$ a $Y = M$.

Tedy u úloh a) a c) je řešení Milana a Dariny stejné.

3 Řešení: Levá dvojice: $X = P$, $Y = M$; prostřední dvojice $X = B$, $Y = K$; *pravá dvojice: $X = P$, $Y = M$.

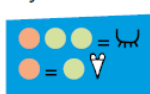
5 Rovnici přepiš pomocí hada, pak pomocí zvířátek i do úlohy o myšleném čísle. Nakonec rovnici vyřeš.

$$3x + 2 = 11$$

$$4x + 9 = 21$$

$$3 \cdot (x + 2) = 24$$

6 Přepiš pomocí čísel dvojici rovnic. Pak rovnice vyřeš.



7 Dvojici rovnic přepiš pomocí zvířátek a vyřeš.

a) $x + y = 3$, $x = y + 1$

b) $x + y = 6$, $x = 2y$

c) $x + y = 7$, $x = 1 + 2y$

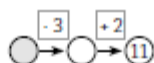
d) $2x = y + 1$, $y = x + 2$

e) $x + y = 5$, $2x + y = 7$

f) $x + y = 5$, $2x + y = 6$

5 Řešení: Nejprve je daná rovnice přepsána do hada, pak do zvířátek, kde uvádíme několik možností, a nakonec do úlohy o myšleném čísle. V úloze o myšleném čísle vypouštíme otázku „Které číslo jsem si myslel?“

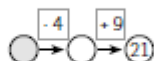
a) $3x + 2 = 11$



XXXX = CM nebo XXXK = PGK

Myslím si číslo. Když k jeho trojnásobku přičtu 2, dostanu 11.

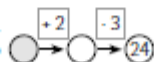
b) $4x + 9 = 21$



XXXXGP = CCM nebo XXXXBKM = BGPHKM

Myslím si číslo. Když k jeho čtyřnásobku přičtu 9, dostanu 21.

c) $3 \cdot (x + 2) = 24$



XKXXKX = CCP

Myslím si číslo. Když jej zvětším o dvě a potom vvnásobím 3, dostanu 24.

7 Poslední úlohy jsou náročné. Děti je budou řešit zkusmo.

Řešení:

a) $XY = H$, $X = YM$, odtud $X = K$ a $Y = M$;

b) $XY = B$, $X = YY$, odtud $X = P$ a $Y = K$;

c) $XY = BM$, $X = MXX$, odtud $X = G$ a $Y = K$;

d) $*XX = YM$, $Y = XK$, odtud $X = H$ a $Y = G$. Náročnost úlohy spočívá v tom, že masky jsou zde na obou stranách rovnice;

e) $*XY = G$, $XXY = GK$, odtud $X = K$ a $Y = H$;

f) $*XY = G$, $XXY = B$, odtud $X = M$ a $Y = P$. Dvě různá zvířátka mají být silná jako G. To mohou být buď M a P, nebo K a H. Dále ale musí „přibrat“ další zvíře (a děti zpravidla odhalí, že to musí být to slabší) a tato společně musí být silná jako B. Jestliže se k myši a psu přidá další myš, dohromady budou skutečně silní jako B. Zde by hned první pokus vedl k řešení. Ve druhém případě by se přidala ještě jedna kočka a spolu s husou by byly silné jako ... Takto silné zvířátko neznáme (viz řešení úlohy 1 ze strany 47).

6 Řešení:

Levá dvojice: $x + y = 10$, $x = y + 2$, odtud $x = 6$, $X = B$ a $y = 4$, $Y = P$;

prostřední dvojice: $x + y + y = 10$, $x = y + 1$, odtud $x = 4$, $X = P$ a $y = 3$, $Y = H$;

pravá dvojice: $x + x + y = 10 + 6$, $y = x + 1$, odtud $x = 5$, $X = G$ a $y = 6$, $Y = B$.

4. třída / strana 46



Do her dědy Lesoně se zapojili i koně. Kůň je stejně silný jako dvě krávy.

$U = \text{two cows}$



11 Vyřeš rovnice. Hledej více řešení.



a) $\text{one cow} + \text{one cow} = \text{one cow}$

b) $\text{one cow} + \text{one cow} + \text{one cow} = \text{one cow}$

c) $\text{one cow} + \text{one cow} + \text{one cow} = \text{one cow}$

Pak přepiš tyto rovnice do čísel a opět je vyřeš.

12 Vyřeš dvojice rovnic, pak je přepiš do číselných rovnic.



$\text{one cow} = \text{one cow}$
 $\text{one cow} = \text{one cow}$

$\text{one cow} = \text{one cow}$
 $\text{one cow} = \text{one cow}$

$\text{one cow} = \text{one cow}$
 $\text{one cow} = \text{one cow}$

$\text{one cow} = \text{one cow}$
 $\text{one cow} = \text{one cow}$

11 a) Rovnice má tvar $XXY = 10$, resp. $2x + y = 10$. Tato rovnice má šest řešení, která uvádí tabulka:

	první		druhé		třetí		čtvrté		páté		šesté	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
čísla	5	0	4	2	3	4	2	6	1	8	0	10
zvířata	G	?	P	K	H	P	K	B	M	?	?	C

b) Když rovnici řešíme v prostředí Lesoně, najdeme dvě řešení: $X = K$, $Y = C$ a $X = H$, $Y = K$. Když ji přepíšeme do čísel na tvar $5x + y = 20$, najdeme ještě tři další řešení. Vše přehledně uvádí tabulka:

	první		druhé		třetí		čtvrté		páté	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
čísla	0	20	1	15	2	10	3	5	4	0
zvířata	?	O	M	?	K	C	H	K	P	?

Zde vzniká zajímavý nesoulad mezi prostředím zvířátek a prostředím čísel. V prostředí zvířátek má rovnice jen 2 řešení a v prostředí čísel jich má 5. Je to proto, že k některým číslům nemáme zvířátka. Tak u prvního a pátého řešení nám schází zvířátko, jehož síla je nula, u druhého řešení nám schází zvířátko, které má sílu 15. Žáci ale mohou (a pravděpodobně i budou) vymýšlet různá náhradní řešení. Například řeknou, že zvířátko, které bylo za maskou, uteklo a zůstala tam jenom maska. Její síla je nula. Nebo řeknou, že za maskou je mravenec a jeho síla je prakticky nula. Žáci mohou navrhnout nové zvířátko, třeba zebra, a říct, že její síla je 15. Nebo říct, že za jednu masku se schovala dvě zvířata – kráva a koza. Je na učiteli, do jaké míry připustí takovéto obohacování zvěřince dědy Lesoně. Z hlediska další práce v tomto prostředí doporučujeme udržet vedle různých žákovských vylepšení i sestavu zvířat, jak je dána učebnicí, a tuto považovat za standardní. V každém případě ale diskuse o možných rozšířeních prostředí obohacuje žáky o důležitou zkušenost: když jevy reálného světa modelujeme pomocí matematiky, mohou se objevit věci, které jsme původně neviděli. V pátém ročníku uvedeme pěkný příklad z historie – objev planety Pluto.

c) Když místo O dáme CC a z obou stran rovnice odebereme C, dostaneme rovnici $XXXYY = CM$, která po přepsání do čísel má tvar $3x + 2y = 11$. Rovnice má dvě řešení: $X = M$, $Y = P$ a $X = H$, $Y = M$. V číslích: $x = 1$, $y = 4$ a $x = 3$, $y = 1$.

12 Jelikož děti nabývají s řešením úloh z prostředí dědy Lesoně stále více zkušeností, zvířátka již nevolí náhodně, ale řešení předchází úvaha.

První dvojice: $x + y = 6$, $x = y + 2$, odtud $2y = 4$, tedy $y = 2$ a $Y = K$, $x = 4$ a $X = P$;
Dvě různá zvířátka musí být silná jako B. To mohou být G a M nebo P a K. Zároveň musí platit, že jedno zvířátko musí o 2 silnější než druhé. Pro dvojici G a M toto neplatí, řešením je tedy dvojice P a K.

Druhá dvojice: $x + y = 20$, $x = y + 2$, odtud $2y = 18$, tedy $y = 11$, $Y = BG$, $x = 11$, $X = CM$;
Náročnost úlohy spočívá v tom, že v první rovnici jsou za maskou ukryta tři zvířátka, zatímco ve druhé pouze po dvou. Děti mohou postupovat obdobně jako u první dvojice, s tím, že začnou uvažovat nejprve nad druhou rovnicí. Mám dvě zvířátka, jedno o 5 silnější než druhé. To mohou být B a M nebo C a G. Následně musí prověřit, zda dvojice vyhovuje i první rovnici. $B + M + M = 8$ (nevyhovuje), $M + B + B = 13$ (nevyhovuje), $C + G + G = 20$ (vyhovuje), $G + C + C = 25$ (nevyhovuje). Poslední možnost některé děti ihned zavrhnou, neboť již „dvě C jsou silné jako O a ještě je tam navíc G“.

***Třetí dvojice:** $x + y + 1 = 6$, $x = y + y + 2$, odtud $3y = 3$, tedy $y = 1$ a $Y = M$, $x = 4$ a $X = P$.

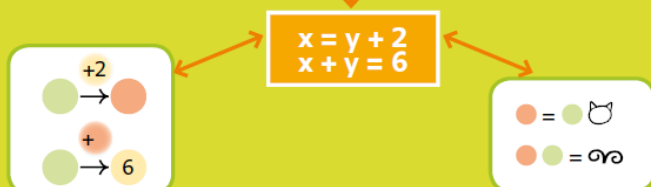
Náročná úloha pro zájemce. Náročnost spočívá v myšlence, že zvířátka skrytá za maskou musí být silná jako 5 myši.

***Čtvrtá dvojice:** $x + x + y = 10 + 5$, $x = y + 2$ – v prostředí zvířátek nemá řešení.

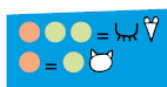
4. třída / strana 47

Dvojice číselných rovnic může být přepsána pomocí hada, zvířátek i pomocí úlohy o myšleném čísle. Dokonce různými způsoby.

Myslí si dvě čísla. První je o 2 větší než druhé.
Součet obou je 6. Která čísla si myslím?

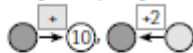


16 Dvojici rovnic o zvířátkách přepiš pomocí čísel, pak pomocí hada a nakonec pomocí úlohy o myšleném čísle.



$$x + y = 10, x = y + 2$$

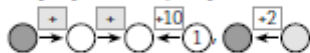
$$x + y = 10, x = y + 2$$



Druhá dvojice rovnic:

$$x + y + y = 10 + 1, x = y$$

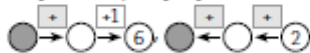
$$x + y + y = 10 + 1, x = y + 2$$



11. Která čísla jsem si myslel?

Třetí dvojice rovnic:

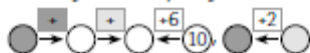
$$x + y + 1 = 6, x = y + y + 2$$



6. Která čísla jsem si myslel?

Čtvrtá dvojice rovnic:

$$x + x + y = 10 + 6, x = y + 2$$



Myslím si dvě čísla. První je o dvě větší než druhé. Když k druhému přidám dvojnásobek prvního, dostanu 16.

4. třída / strana 59

20

Zelené družstvo ve složení

● žluté ve složení ●●

20

4. třída / strana 60

5

a) =

b) 

c) $\bigcap = \bigcup$, najdi všechna řešení

a) 3

b) 5

c) 9

5

4. třída / strana 62

11

V zeleném družstvu má druhé zvířátko třetinu síly družstva a třetí je $\frac{1}{3}$.

--	--	---

V modrém družstvu má druhé zvířátko čtvrtinu síly družstva a třetí je .

		
--	--	---

Ve žlutém družstvu má druhé zvířátko pětinu síly družstva a třetí je $\frac{1}{3}$.

--	--	--

V hnědém družstvu má druhé zvířátko šestinu síly družstva a třetí je $\frac{1}{3}$.

--	--	---

Najdi složení všech družstev. Rozhodni, které družstvo je nejsilnější a které nejslabší.

11

Řešení: Zelené družstvo má sílu 6M a jeho složení je H-K-M. Modré družstvo má sílu 8M a jeho složení je P-K-K. Žluté družstvo má sílu 10M a jeho složení je G-K-H. Hnědé družstvo má sílu 12M a jeho složení je B-K-P. Ve všech případech je druhé zvířátko kočka.

4. třída / strana 85

- 1** Dvě stejně silná družstva nastoupila proti sobě, družstvo psů proti družstvu hus. Celkem se zápolení zúčastnilo méně než 31 zvířat. Kolik bylo psů a kolik hus? Hledej více řešení.

1 **Řešení:** Možnosti jsou čtyři: 4 husy a 3 psi nebo 8 hus a 6 psů nebo 12 hus a 9 psů nebo 16 hus a 12 psů.

4. třída / strana 86

- 8** Proti sobě nastoupila dvě stejně silná družstva. Jedno bylo družstvo koz, druhé družstvo koček. Celkem se zápolení zúčastnilo ne více než 30 zvířat. Kolik bylo koz a kolik koček? Hledej více řešení.

8 Možnosti jsou čtyři: 2 kozy a 5 koček nebo 4 kozy a 10 koček nebo 6 koz a 15 koček nebo 8 koz a 20 koček.

4. třída / strana 87

- 16** Proti sobě nastoupila dvě stejně silná družstva. Jedno tvořila kráva s koněm a ve druhém nebylo žádné zvíře kromě psů a beranů. Kolik psů a kolik beranů bylo ve druhém družstvu? Hledej více řešení.



16 Možnosti jsou tři: 6 psů a 1 beran, nebo 3 psi a 3 berani, nebo žádný pes a 5 beranů. Z textu úlohy neplyne, že v tomto družstvu byl aspoň jeden pes.

4. třída / strana 88

- 21** Proti sobě nastoupila dvě stejně silná družstva. Jedno bylo družstvo hus, v druhém družstvu byla jedna myš a několik psů. Zápolení se zúčastnilo ne více než 30 zvířat. Kolik bylo hus a kolik psů? Hledej více řešení.

21 **Řešení:** Možnosti jsou čtyři: 3 husy a 2 psi nebo 7 hus a 5 psů nebo 11 hus a 8 psů nebo 15 hus a 11 psů.

4. třída / strana 98

- 11** V turnaji dvoučlenných družstev dědy Lesoně soutěží tři stejně silná družstva. V zeleném družstvu má jedno zvířátko třetinu síly družstva. V modrém družstvu má jedno zvířátko šestinu síly družstva. Ve žlutém družstvu má jedno zvířátko polovinu síly družstva. Najdi složení všech družstev.

11 **Řešení:** Síla družstva musí být dělitelná 6, protože v modrém družstvu má jedno zvířátko sílu šestiny družstva. Metodou pokus-omyl žáci najdou jediné řešení: modré družstvo je M + G, zelené družstvo je K + P, žluté družstvo je H + H. Úloha je náročná. Žákům, kteří potřebují pomoc, může učitel prozradit sílu některého ze zvířátek. Například řekne, že druhé zvířátko žlutého družstva je H.

6 Najdi všechna řešení rovnice.



a) $\text{orange circle} + \text{green circle} + \text{green circle} = \text{cat mask}$

b) $\text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{green circle} = \text{mouse mask}$

c) $\text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{green circle} + \text{green circle} = \text{sheep mask}$

d) $\text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{green circle} + \text{green circle} + \text{green circle} = \text{goat mask}$

$\text{sheep mask} = \text{cat mask} + \text{cat mask} + \text{cat mask} + \text{cat mask}$

6 Řešení: a) Tři řešení: MHH, HKK, GMM. b) Jedno řešení: KKKMM. c) Úloha má nekorektní řešení HHH HHHH. Je nekorektní proto, že za maskami různých barev jsou stejná zvířátka – husa. Korektní řešení úloha nemá. Žák to zjistí experimentováním. d) Jedno řešení: PPHHHH.

22 Proti sobě nastoupila dvě stejně silná družstva. Jedno bylo družstvo koz, druhé družstvo psů. Kolik bylo koz a kolik psů? Zápolení se zúčastnilo ne více než 30 zvířat? Hledej více řešení.



22 Řešení: Úloha má tři řešení: 4 kozy proti 5 psům, 8 koz proti 10 psům, nebo 12 koz proti 15 psům.



Už jsem něco zaslechl. Vím, že:

- $\text{cat mask} + \text{cat mask} = \text{sheep mask}$
- $\text{goat mask} - \text{cat mask} = \text{sheep mask}$
- $\text{sheep mask} - \text{goat mask} = \text{cat mask}$
- $\text{mouse mask} - \text{goat mask} = \text{cat mask}$

Taky máme krávu, ta je silná jako dvě kozy, a koně. Ten je stejně silný jako dvě krávy.

12 Do družstva $\text{sheep mask} + \text{sheep mask} + \text{goat mask} + \text{goat mask} + \text{cat mask} + \text{cat mask}$ doplň jedno zvířátko z nabídky tak, abys mohl skupinu rozdělit na:

- a) dvě stejně silná družstva;
- b) tři stejně silná družstva;
- c) dvě i tři stejně silná družstva.

Nabídka: $\text{cat mask} + \text{goat mask} + \text{sheep mask} + \text{mouse mask} + \text{goat mask}$

12 Řešení:



a) Součet síly uvedených zvířátek je 19. Doplňme družstvo myškou nebo kozou. Výsledné rozdělení může být v prvním případě: $\text{sheep mask} + \text{sheep mask} = \text{goat mask} + \text{goat mask} + \text{cat mask} + \text{cat mask} + \text{mouse}$, ve druhém případě: $\text{goat mask} + \text{goat mask} = \text{sheep mask} + \text{sheep mask} + \text{cat mask} + \text{cat mask} + \text{goat}$.

b) Potřebujeme skupinu rozdělit do tří družstev. Doplňme kočku ($21 : 3 = 7$) nebo kozu ($24 : 3 = 8$). Rozdělení do družstev může pak vypadat takto: $\text{goat mask} + \text{goat mask} = \text{sheep mask} + \text{sheep mask} + \text{cat mask} + \text{cat mask} + \text{goat}$ nebo $\text{sheep mask} + \text{sheep mask} = \text{goat mask} + \text{goat mask} + \text{cat mask} + \text{cat mask} + \text{goat}$.

c) Existuje jediné řešení. Doplňme kozu ($24 : 2 = 12$ a $24 : 3 = 8$). Rozdělení může vypadat stejně jako druhé rozdělení z úlohy a) nebo druhé rozdělení z úlohy b).

19 Která zvířátka jsou ukryta za maskami?



a) $\text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{green circle} = \text{sheep mask}$

b) $\text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{green circle} = \text{mouse mask}$

c) $\text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{green circle} + \text{green circle} = \text{goat mask}$

d) $\text{green circle} + \text{green circle} + \text{orange circle} + \text{orange circle} = \text{sheep mask}$

e) $\text{green circle} + \text{green circle} + \text{orange circle} = \text{goat mask}$

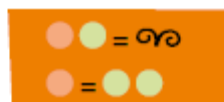
f) $\text{orange circle} + \text{orange circle} + \text{green circle} = \text{mouse mask}$

19 Řešení:

- a) Dvě řešení: $\Delta \Delta \Delta \nabla = \cup$; $\cup \cup \cup \Delta = \cup$.
 b) Dvě řešení: $\Delta \Delta \cup \cup = \cup \cup$; $\cup \cup \nabla \nabla = \cup \cup$.
 c) Dvě řešení: $\cup \cup \cup \Delta = \Delta \cup$; $\Delta \Delta \Delta \nabla = \nabla \cup$.
 d) Dvě řešení: $\Delta \Delta \Delta \nabla \nabla = \nabla \nabla \cup$; $\cup \cup \cup \Delta \Delta \Delta = \Delta \Delta \cup$.
 e) Dvě řešení: $\cup \cup \cup \nabla \nabla = \cup \nabla \cup$; $\nabla \nabla \Delta \Delta = \nabla \Delta \cup$.
 f) Tři řešení: $\Delta \Delta \Delta \Delta = \Delta \cup \cup$; $\nabla \cup \cup \cup = \cup \cup \cup$; $\cup \Delta \Delta \Delta = \Delta \cup \cup$.

5. třída / strana 10

25 Vyřeš dvojice rovnic.



Stejná maska ve dvojici rovnic označuje stejné zvířátko.

25 Řešení:



- a) $\Delta \nabla = \Delta$ b) $\nabla \cup = \cup \cup$ c) $\Delta \cup = \cup \cup$
 $\Delta = \nabla \cup$ $\cup = \nabla \Delta$ $\Delta = \cup \cup$

5. třída / strana 44

3 Každou z rovnic přepiš pomocí čísel. Rovnice vyřeš.



a) $\cup \cup \cup \nabla = \cup$

b) $\cup \cup \cup \cup \Delta = \cup$

c) $\cup \cup \cup \cup \cup = \cup \cup \cup \cup$

Připomínáme, co bylo řečeno již dříve. Rovnice nejsou jen o tom, jak je řešit, ale i o tom, jak slovní nebo graficky popsané úlohy převést do rovnic a jak zdánlivě zcela různé úlohy vedou ke stejné rovnici a jsou tedy z matematického hlediska stejné.

Většina žáků bude cvičení řešit úvahou, pomocí obrázku, tabulky nebo prostě vhladem. To je v pořádku. Žákům vysvětlíme, že podobné úlohy můžeme řešit i rovnicí, přesněji *číselnou rovnicí*. Podstata tohoto řešení je jednoduchá: písmenem x si označíme některé z neznámých čísel a pak všechno, co víme, zapíšeme pomocí tohoto x . Nakonec dospějeme k rovnici, ze které neznámé číslo x vypočítáme.

Způsob, kterým Vanda řešila cvičení, je jen jeden z mnoha možných. Různí žáci budou rovnici sestavovat různě a budou ji i různě řešit. Někteří si písmenem x označí počet běžců ze třídy B a dojdou k rovnici $3 \cdot x + 7 = 40$. Jiní si písmenem x označí počet běžců ze třídy C a dojdou k rovnici $3 \cdot x - 8 = 40$. Případná snaha učitele o vytvoření nejlepšího postupu by většině žáků znesnadnila porozumění rovnicím. Čím více různorodých způsobů sestavení a řešení rovnice žáci vymyslí, tím rychleji tuto metodu pochopí i slabší žáci.

3 Řešení: Uvedeny jsou číselné rovnice a výsledky.



- a) $3 \cdot x + 1 = 10$, $x = 3$, tj. $X = H$; b) $4 \cdot x + 4 = 20$, $x = 4$, tj. $X = P$; c) $3 \cdot x + 2 = 10 + 5 + 2$, $x = 5$, tj. $X = G$.

5. třída / strana 45

10 Zvířátka dědy Lesoně vylepšila přetahovanou o novou věc: skupinky. Každá skupinka se



skládala z kočky a masky. Tři takové skupinky tvořily červené družstvo a kůň se psem modré, stejně silné družstvo. Zjistí, které zvířátko je pod maskou.

11 Přepiš předchozí cvičení do číselné rovnice. Rovnici vyřeš.



- 10 Řešení: Skupinku zapíšeme $\cup \cup$. Tři takové skupinky zapíšeme $\cup \cup \cup \cup \cup$ nebo stručně: $3 \cdot \cup \cup$. Potom rovnice má tvar: $3 \cdot \cup \cup = \cup \cup$. Tuto rovnici lze řešit více způsoby. Například ji přepíšeme jako $3 \cdot \cup + 3 \cdot \cup = \cup \cup$. Ale $\cup \cup = \Delta \cup$, tedy $\cup + 3 \cdot \cup = \Delta \cup$. Dále $\cup = 10 \cup$, tedy $3 \cdot \cup = 9 \cup$. Odtud $\cup = \cup \cup \cup = \cup \cup \cup$. Tedy $\cup = \cup \cup$.



- 11 Řešení: Místo $\cup \cup$ píšeme $2 + x$. Tuto skupinku zapíšeme třikrát: $3 \cdot (2 + x)$. Tak získáme hledanou rovnici: $3 \cdot (2 + x) = 20 + 4$. Upravíme: $3 \cdot 2 + 3 \cdot x = 24$; $3 \cdot x = 18$. Výsledek: $x = 6$.

- 21** Osm zvířat dědy Lesoně soutěží ve dvou stejně silných družstvech. V modrém jsou pouze myši a berani, v červeném pouze kozy. Kolik je kterých?



- 21** Řešení: Úloha má jedno řešení: tři myši a dva berani proti třem kozám.



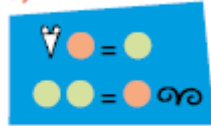
- 4** Vyřeš dvojice rovnic o zvířátkách.



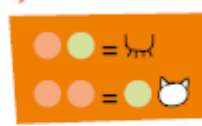
a)



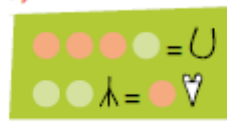
b)



c)



*d)



Když místo masky ● píšeme x a místo masky ● píšeme y , můžeme rovnice z úlohy 4 a) přepsat do čísel takto: $x + x = y$, $x + y = 4 + 5$. Po úpravě $2x = y$, $x + y = 9$. Ve druhé rovnici místo y napíšeme $2x$, pak bude $x + 2x = 9$, tedy $3x = 9$. Odtud $x = 3$ a $y = 6$. Tedy ● = a ● = .

- 5** Přepiš rovnice z úlohy 4 b) do čísel a vyřeš je. Stejně postupuj v úlohách 4 c) i 4 d).

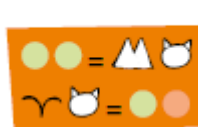
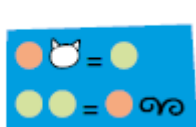
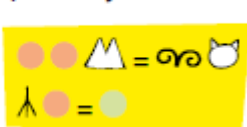
- 4** Řešení: a) růžová maska = H, zelená maska = B. (Kontrola: HH = B; HB = PG); b) růžová maska = P, zelená maska = G. (Kontrola: MP = G; GG = PB); c) růžová maska = P, zelená maska = B. (Kontrola: PB = C; PP = BK); *d) růžová maska = B, zelená maska = K. (Kontrola: BBBK = O; KKH = BM).

- 5** Řešení. Rovnice z úlohy 4b) $1 + x = y$ a $y + y = x + 6$. Po úpravě: $1 + x = y$ a $2y = x + 6$. Ve druhé rovnici nahradíme písmeno y výrazem $1 + x$. Zápis $2 \cdot (1 + x) = x + 6$ upravíme na $2 + 2x = x + 6$. Z každé strany odečteme x , tedy $2 + x = 6$. Poté z každé strany odečteme 2 a dostaneme výsledek $x = 4$, tedy $y = 5$.

4c) $x + y = 10$ a $2x = y + 2$. Ve druhé rovnici vyjádříme y : $y = 2x - 2$. To dosadíme do první rovnice. Zápis $x + (2x - 2) = 10$ upravíme na $3x - 2 = 10$. Vypočteme výsledek: $3x = 12$, $x = 4$, dosadíme x a z $4 + y = 10$ je $y = 6$.

4d)* $3x + y = 20$ a $2y + 3 = x + 1$. Z druhé rovnice vyjádříme x : $2y + 2 = x$ a výraz dosadíme do první rovnice: $3(2y + 2) + y = 20$. Upravíme: $7y + 6 = 20$. Výsledek: $y = 2$ a $x = 6$.

- 6** Vyřeš dvojice rovnic.



- 6** Řešení: První dvojice rovnic: růžová maska = K, zelená = G; Druhá dvojice: růžová maska = K, zelená = P; Třetí dvojice: růžová maska = P, zelená = H; Čtvrtá dvojice: růžová maska = P, zelená = K.

